

## 10. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2016)

### 1) Bonusaufgabe

Es ist  $9 \times 12.345.679 = 111.111.111$ . Erklären Sie dieses verblüffende Ergebnis, indem Sie statt des Neunfachen zunächst das Zehnfache der Zahl berechnen. Konstruieren Sie eine entsprechende Rechnung im 8er- und im 16er-System.

### 2) Bonusaufgabe

Denken Sie sich eine dreistellige Zahl mit unterschiedlichen Ziffern an 100er- und 1er-Stelle. Bilden Sie die Spiegelzahl (notieren Sie die Ziffern in umgekehrter Reihenfolge), und ziehen Sie die kleinere von der größeren Zahl ab (z.B.  $543 - 345 = 198$ ). Vom Ergebnis bilden Sie wieder die Spiegelzahl, aber diesmal addieren Sie die beiden Zahlen ( $198 + 891 = 1089$ ).

a) Zeigen Sie, dass das Ergebnis immer dasselbe ist, egal mit welcher Zahl Sie beginnen.

Tipp: Hat die dreistellige Zahl die Ziffern  $a$  (Einer),  $b$  (Zehner) und  $c$  (Hunderter), wobei  $a = c + n$  sei, dann erhalten Sie an der Stellentafel die Spiegelzahl, indem Sie einfach  $n$  Plättchen vom 1er- ins 100er-Feld legen.

b) Zeigen Sie, dass eine entsprechende Rechnung im 8er-System das Ergebnis  $1067_8$  hat.

### 3) Bonusaufgabe

Die sog. Neunerprobe dient zur Überprüfung von Rechenergebnissen. Sind nämlich  $x, y, z$  ganze Zahlen und  $r_x, r_y$  sowie  $r_z$  die entsprechenden Reste nach Division durch 9, dann gilt z.B. für das Produkt von  $x$  und  $y$ :

$$x \cdot y = z \Rightarrow r_z = 9\text{er-Rest von } r_x \cdot r_y \quad (\text{z.B. } 123 \cdot 32 = 3.936 \Rightarrow 3 = 9\text{er-Rest von } 6 \cdot 5).$$

Ähnliches gilt auch für die Summe und Differenz von  $x$  und  $y$  aber für den Quotienten nur eingeschränkt.

a) Überprüfen Sie damit die Rechnungen

$$23.456.789 + 98.765.432 = 122.222.221.$$

$$111.111.111.111 \cdot 111.111.111.111 = 12.345.679.012.320.987.654.321$$

$$588.235.294.117.647 : 1233 = 477.076.475.359$$

b) Die Rechnung  $789 + 658 = 1438$  ist zwar falsch, die Neunerprobe ( $6 + 1 = 7$ ) ist dennoch richtig! Wie kann das sein, und welche Fehler erkennt man also nicht mittels Neunerprobe?

### 4) Bonusaufgabe

a) Vervollständigen Sie nachfolgende Multiplikationstabelle für  $C_{13}$ , und bestimmen Sie damit die Kehrwerte der Zahlen 2, 3, ..., 12 ( $1 \oplus 2 = \_\_\_, 1 \oplus 3 = \_\_\_, \dots, 1 \oplus 12 = \_\_\_$ ).

b) Bei der schriftlichen Division von  $1/13$  kommen folgende Reste vor: 1, 10, 9, 12, 3, 4 (in dieser Reihenfolge). Zeigen Sie, dass diese Teilmenge von  $C_{13}$  ebenfalls abgeschlossen ist bzgl. Multiplikation und Kehrwertbildung in  $C_{13}$ . (Markieren Sie hinsichtlich der Multiplikation die entsprechenden Einträge in der obigen Tabelle)

