Michael Johann

11. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2016)

1) ***Bonusaufgabe***

a) Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden beiden Eigenschaften der Kongruenz modulo n:

(1) $a \equiv b \bmod n$ und $b \equiv c \bmod n \Rightarrow a \equiv c \bmod n$

(2) $a \equiv b \bmod n$ und $c \equiv d \bmod n \Rightarrow a+c \equiv b+d \bmod n$

b) Bestimmen Sie die Periodenlänge von 1/23 mithilfe der Potenzen von 10 modulo 23, bestimmen Sie also den kleinsten Exponenten n, so dass $10^n \equiv 1 \bmod 17$ (s.a. Vorlesung).

c) Wie groß ist die Periodenlänge von 1/23 im 2er-System (Potenzenmethode modulo 23 ähnlich wie unter b).

2) ***Bonusaufgabe***

a) Die Reste-Menge der Division 1/13 (also 1, 10, 9, 12, 3, 4) ergibt sich auch aus den Potenzen von 10: $10^0=1$, $10^1=10$, $10^2=10\otimes 10=9$ etc. Die Menge besteht also aus den 10er-Potenzen (modulo 13). Zeigen Sie, dass man alle Zahlen von 1 bis 12 als Potenzen einer geeigneten Zahl aus C_{13} erzeugen kann.

b) Ermitteln Sie die Reste, die bei der schriftlichen Division 2/13 vorkommen. Ist die Multiplikation unter ihnen ebenfalls abgeschlossen? Wie kann man Sie geschickt aus den Resten von 1/13 berechnen?

c) Im 5er-System sind die Reste von 1/13: 1, 5, 12, 8 (im 3er-System: 1, 3, 9).

- Von welcher Zahl sind das die Potenzen (mod 13)?
- Welche Reste-Mengen kommen bei Divisionen n/13 im 5er-System (im 3er-System) noch vor, und wie kann man sie jeweils aus der Reste-Menge von 1/13 berechnen?

3) ***Bonusaufgabe***

Der letzte Tag im Februar 2000 war ein Dienstag (29. Februar 2000). Auf welche Wochentage fiel/fällt der letzte Tag im Februar in den Jahren 1600, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2400.