Michael Johann

6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2016)

1) Bonusaufgabe

„Übersetzen" Sie:

$641 = \_\_\_\_\_\_\_\__{2}$	$111\,1111_2 = \_\_\_\_\_\_\_\__{10}$	$3599 = \_\_\_\_\_\_\_\__{6\times 10}$
$641 = \_\_\_\_\_\_\_\__{8}$	$111\,1111_2 = \_\_\_\_\_\_\_\__{8}$	$1799 = \_\_\_\_\_\_\_\__{6\times 10}$
$641 = \_\_\_\_\_\_\_\__{16}$	$111\,1111_2 = \_\_\_\_\_\_\_\__{16}$	$1;00;01_{6\times 10} = \_\_\_\_\_\_\_\__{10}$
		$30;01_{6\times 10} = \_\_\_\_\_\_\_\__{10}$

2) Bonusaufgabe

Addieren Sie an der Stellentafel (mit Skizze):

<u>2er System:</u>

1100 + 1111 =

10 + 110 =

101 + 1010 =

<u>8er-System:</u>

752 + 544 =

764 + 13023 =

<u>16er-System:</u>

CB8 + EAF =

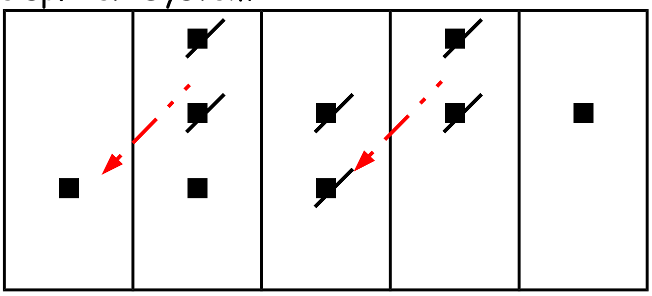
FF5 + 20033 =

<u>6×10er-System:</u>

2;53 + 3;49 =

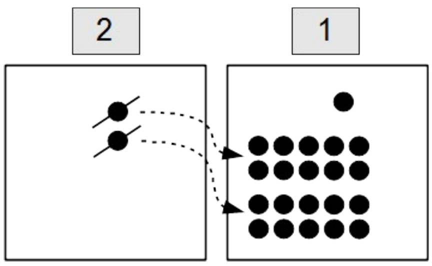
9;57 + 1;19;03 =

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1111 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ \hline 11001 \end{array}$$

3) Bonusaufgabe



Im Zehnersystem gilt $21 = 2\cdot 10^1 + 1\cdot 10^0$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.

a) Erläutern Sie entsprechend die Zahl 1021_4.

b) Allgemein: Ist $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$ eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis b $(0 \leq a_i \leq b-1)$, dann gilt:

$$a_n\, a_{n-1} \dots a_2\, a_1\, a_0 = \sum_{i=?}^{?} a_i \cdot b^i = ? + ? + \dots + ? + ? + ?$$

c) Erklären Sie in Bezug zur Stellentafel, weshalb die k-te Stelle den Wert b^{k-1} hat.

4) Bonusaufgabe

Man kann die geometrische Reihe $3^0+3^1+3^2+3^3$ als die Zahl 1111_3 im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis 10000_3 ($=3^4$). Also ist $2\cdot\left(3^0+3^1+3^2+3^3\right)+1=3^4$ oder $3^0+3^1+3^2+3^3=\frac{3^4-1}{2}$.

$$\boxed{\begin{aligned} 3^0+3^1+3^2+3^3 &= 1111_3 \quad ;|\cdot 2\\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3) &= 2222_3 \quad ;|+1\\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3)+1 &= 10000_3\\ &= 1\cdot 3^4 \end{aligned}}$$

a) Zeigen Sie ebenso, dass $5^0+5^1+5^2+5^3=\frac{5^4-1}{4}$.

b) Verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $b^0+b^1+b^2+...+b^n$ mit einer natürliche Zahl $b\geq 2$. Zeigen Sie also, dass $b^0+b^1+b^2+...+b^n=\frac{b^{n+1}-1}{b-1}$ ist.

5) Bonusaufgabe (nur Teil b!)

Berechnen Sie die Differenz der angegebenen Zahlen

a) durch Ergänzen am Abakus (und nicht durch ein geeignetes Wegnehmen/Abziehen) und

b) durch Addition der größeren Zahl zum Komplement der kleineren (schriftlich).

<u>2er System:</u>

1010 +	=	1111
10 +	=	111
110 +	=	11001

<u>8er-System:</u>

461 +	=	753
775 +	=	21011
4567 +	=	12345

<u>16er-System:</u>

AC9 +	=	DAF
FF7 +	=	10022

<u>6×10er-System:</u>

1;42 +	=	2;38
9;57 +	=	1;19;03