

10. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2017)

- 1) Es ist $9 \times 12.345.679 = 111.111.111$. Erklären Sie dieses verblüffende Ergebnis, indem Sie statt des Neunfachen zunächst das Zehnfache der Zahl berechnen. Konstruieren Sie eine entsprechende Rechnung im 8er- und im 16er-System.
- 2) Denken Sie sich drei verschiedene Ziffern. Bilden Sie daraus die kleinste und die größte dreistellige Zahl (Spiegelzahlen), und ziehen Sie die kleinere von der größeren Zahl ab (z.B. $543 - 345 = 198$). Vom Ergebnis bilden Sie wieder die Spiegelzahl, aber diesmal addieren Sie die beiden Zahlen ($198 + 891 = 1089$).
- a) Zeigen Sie, dass das Ergebnis immer dasselbe ist, egal mit welchen Ziffern Sie beginnen. Tipp: Hat eine dreistellige Zahl die Ziffern a (Einer), b (Zehner) und c (Hunderter), wobei $a = c + n$ sei, dann erhalten Sie an der Stellentafel die Spiegelzahl, indem Sie einfach n Plättchen vom 1er- ins 100er-Feld legen.
- b) Zeigen Sie, dass eine entsprechende Rechnung im 8er-System das Ergebnis 1067_8 hat.
- 3) Die sog. Neunerprobe dient zur Überprüfung von Rechenergebnissen. Sind nämlich x , y und z ganze Zahlen, und soll $z = x \cdot y$ sein, dann berechnet man zu Überprüfung zunächst die Reste dieser Zahlen, die sich bei Division durch 9 ergeben: Das seien hier $r_9(x)$, $r_9(y)$ sowie $r_9(z)$, die sog. 9er-Reste. Anschließend berechnet man vom Produkt $r_9(x) \cdot r_9(y)$ wiederum den 9er-Rest, also $r_9(r_9(x) \cdot r_9(y))$. Diese Zahl muss gleich $r_9(z)$ sein. Ist sie es nicht, dann ist die Rechnung falsch.
- Z.B.: $123 \cdot 32 = 3.836$ (?) $r_9(123) = 6$, $r_9(32) = 5$, $r_9(6 \cdot 5) = 3$ aber $r_9(3.836) = 2$ ☹
- Ähnliches gilt auch für die Summe und Differenz von x und y aber für den Quotienten nur eingeschränkt.
- a) Überprüfen Sie damit die Rechnungen
- $$23.456.789 + 98.765.432 = 122.222.221.$$
- $$111.111.111.111 \cdot 111.111.111.111 = 12.345.679.012.320.987.654.321$$
- $$588.235.294.117.647 : 1233 = 477.076.475.359$$
- b) Die Rechnung $789 + 658 = 1438$ ist zwar falsch, die Neunerprobe ($6 + 1 = 7$) ist dennoch richtig! Wie kann das sein, und welche Fehler erkennt man also nicht mittels Neunerprobe?
- 4a) Vervollständigen Sie nachfolgende Multiplikationstabelle für C_{13} , und bestimmen Sie damit die Kehrwerte der Zahlen $2, 3, \dots, 12$ ($1 \oplus 2 = \underline{\quad}$, $1 \oplus 3 = \underline{\quad}$, ..., $1 \oplus 12 = \underline{\quad}$).
- b) Bei der schriftlichen Division von $1/13$ kommen folgende Reste vor: $1, 10, 9, 12, 3, 4$ (in dieser Reihenfolge). Zeigen Sie, dass diese Teilmenge von C_{13} ebenfalls abgeschlossen ist bzgl. Multiplikation und Kehrwertbildung in C_{13} . (Markieren Sie hinsichtlich der Multiplikation die entsprechenden Einträge in der obigen Tabelle)

