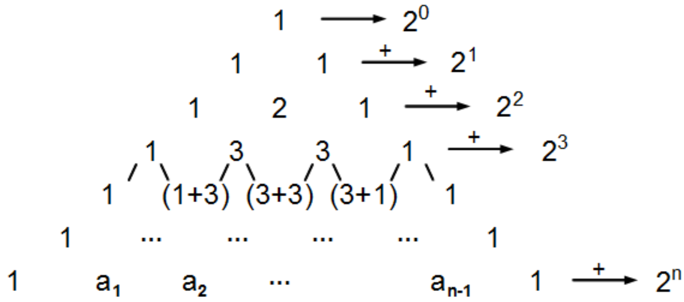
Michael Johann

4. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2016)

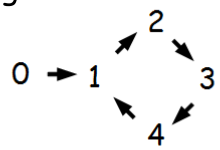
1) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion: Im Pascalschen Dreieck ist die Summe aller Zahlen einer Zeile gleich 2^n. (n ist die Nummer der Zeile, wobei die Spitze des Dreiecks die Nummer 0 hat.) Tipp: Bezeichnen Sie die Zahlen der Zeile n mit $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$.



2a) Begründen Sie, weshalb folgende Mengen keine Modelle der Dedekind-Peano-Axiome sind:

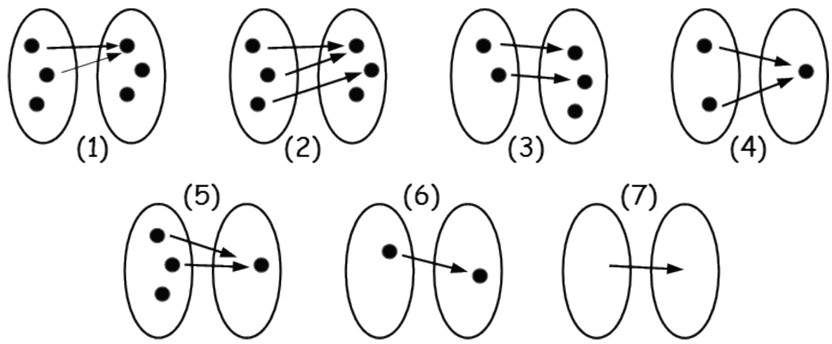
i) $\{0, 1, 2, \ldots, \infty\}$ (d.h. $\infty \in \{0, 1, 2, \ldots, \infty\}$)

ii)



b) Überprüfen Sie die Gültigkeit der Dedekind-Peano-Axiome an der Menge $\{0, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots\}$ (das sind die Primzahlen sowie die Zahlen 0 und 1).

3) Markieren Sie in der Tabelle, welche Eigenschaften die Zuordnungen (1) bis (9) jeweils haben.



	Zuordnung	Abbildung	injektiv	surjektiv	bijektiv
(1)					
(2)					
(3)					
(4)					
(5)					
(6)					
(7)					

4) Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung gibt

a) von $\mathbb{Z}$ nach $\{2, 4, 6, 8, \ldots\}$,

b) von $\mathbb{Z}$ in die Menge der Brüche n/m mit $n, m \in \mathbb{N}$. (Unter Verwendung des 1. Cantorschen Diagonalverfahrens.)

(Skizzieren der Beweisidee genügt!)