Michael Johann

- Keine Abgabe -

6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2017)

1) Ordnen Sie die folgenden Zahlen entsprechend ihrer Verwendung einem Zahlaspekt zu:

a) Es ist 12 Uhr.

b) Schlag Seite 25 auf.

c) Wir haben 17°C.

d) Bitte 2× läuten.

e) Der Zug hat 5 Minuten Verspätung.

f) Auf dem Zahlenstrahl 3 Einheiten rechts von 7.

g) Es geschah 2 Tage vor dem 1. April.

2) „Übersetzen" Sie:

$641 = \underline{\qquad\qquad}_{2}$	$111\,1111_2 = \underline{\qquad\qquad}_{10}$	$3599 = \underline{\qquad\qquad}_{6\times10}$
$641 = \underline{\qquad\qquad}_{8}$	$111\,1111_2 = \underline{\qquad\qquad}_{8}$	$1799 = \underline{\qquad\qquad}_{6\times10}$
$641 = \underline{\qquad\qquad}_{16}$	$111\,1111_2 = \underline{\qquad\qquad}_{16}$	$1;00;01_{6\times10} = \underline{\qquad\qquad}_{10}$
		$30;01_{6\times10} = \underline{\qquad\qquad}_{10}$

3) Addieren Sie (an der Stellentafel !):

<u>2er System:</u>

1100 + 1111 =

10 + 110 =

101 + 1010 =

<u>8er-System:</u>

752 + 544 =

764 + 13023 =

<u>16er-System:</u>

CB8 + EAF =

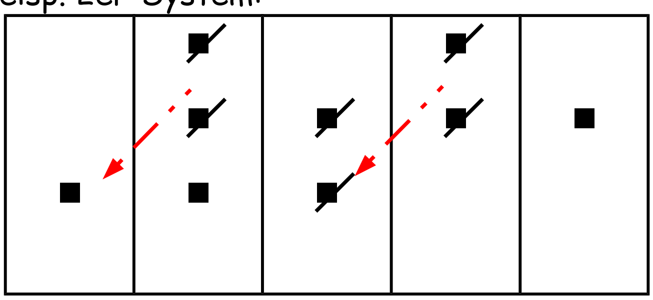
FF5 + 20033 =

<u>6×10er-System:</u>

2;53 + 3;49 =

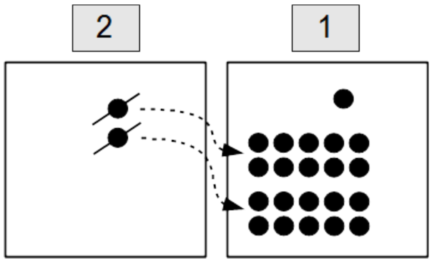
9;57 + 1;19;03 =

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1111 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ \hline 11001 \end{array}$$

4) Im Zehnersystem gilt $21 = 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.



a) Erläutern Sie entsprechend die Zahl 1021_4.

b) Allgemein: Ist $a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0$ eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis b $(0 \le a_i \le b-1)$, dann gilt:

$$a_n\, a_{n-1} \ldots a_2\, a_1\, a_0 = \sum_{i=?}^{?} a_i \cdot b^i = ? + ? + \ldots + ? + ? + ?$$

c) Erklären Sie in Bezug zur Stellentafel, weshalb die k-te Stelle den Wert b^{k-1} hat.

5) Man kann die geometrische Reihe $3^0+3^1+3^2+3^3$ als die Zahl 1111_3 im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis 10000_3 $(= 3^4)$. Also ist $2 \cdot \left(3^0+3^1+3^2+3^3\right) + 1 = 3^4$ oder $3^0+3^1+3^2+3^3 = \dfrac{3^4-1}{2}$.

$$\begin{aligned} 3^0+3^1+3^2+3^3 &= 1111_3 \quad ;| \cdot 2 \\ 2 \cdot (3^0+3^1+3^2+3^3) &= 2222_3 \quad ;| +1 \\ 2 \cdot (3^0+3^1+3^2+3^3)+1 &= 10000_3 \\ &= 1 \cdot 3^4 \end{aligned}$$

a) Zeigen Sie ebenso, dass $5^0+5^1+5^2+5^3 = \dfrac{5^4-1}{4}$.

b) Verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $b^0+b^1+b^2+\ldots+b^n$ mit einer natürliche Zahl $b \ge 2$. Zeigen Sie also, dass $b^0+b^1+b^2+\ldots+b^n = \dfrac{b^{n+1}-1}{b-1}$ ist.

6) Berechnen Sie die Differenz der angegebenen Zahlen
a) durch Ergänzen am Abakus (und nicht durch ein geeignetes Wegnehmen/Abziehen) und
b) durch Addition der größeren Zahl zum Komplement der kleineren (schriftlich).

<u>2er System:</u>

1010 + = 1111
10 + = 111
110 + = 11001

<u>8er-System:</u>

461 + = 753
775 + = 21011
4567 + = 12345

<u>16er-System:</u>

AC9 + = DAF
FF7 + = 10022

<u>6×10er-System:</u>

1;42 + = 2;38
9;57 + = 1;19;03