

11. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2018)

1a) Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden beiden Eigenschaften der Kongruenz modulo n :

- $a \equiv b \pmod{n}$ und $b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow a \equiv c \pmod{n}$
- $a \equiv b \pmod{n}$ und $c \equiv d \pmod{n} \Rightarrow a+c \equiv b+d \pmod{n}$

b) Bestimmen Sie die Periodenlänge von $1/31$ mithilfe der Potenzen von 10 modulo 31, bestimmen Sie also den kleinsten Exponenten n , so dass $10^n \equiv 1 \pmod{31}$.

c) Wie groß ist die Periodenlänge von $1/31$

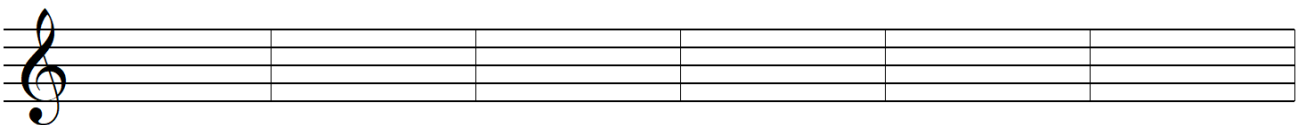
- im 2er-System,
- im 3er-System,
- im 4er-System

(Potenzenmethode modulo 31 wie unter b).

2) Stephen Hawking wurde am 8. Januar 1942 geboren. Das war genau 300 Jahre nach dem Todestag von Galileo Galilei. Gestorben ist Hawking dieses Jahr am 14. März, dem Geburtstag von Albert Einstein (* 1879). Bestimmen Sie nach der Doomsday-Methode die Wochentage dieser vier Kalenderdaten.

(Zusatzfrage: Für den Todestag von Galilei wird auch der 29. Dezember 1641 angegeben. Wie kommt es zu den zwei unterschiedlichen Angaben?)

3) Transponieren Sie die folgende Melodie so, dass sie nicht mit c sondern dem höherliegenden f beginnt. (Siehe Beispiel bei den „Aufgaben mit Lösungen - 11“.)



Beim **Transponieren** eines Musikstückes werden alle Töne um den gleichen Höhenabstand verändert; die Abstände der Tonhöhen innerhalb des Stückes bleiben jedoch gleich. Arithmetisch gesehen wird dabei jeder Ton um die gleiche Anzahl an Halbtonschritten verändert. Deshalb nummerieren wir die Töne der 12-stufigen Tonleiter bei C beginnend von 0 bis 11 im 12er-System durch (mit A für 10 und B für 11) und setzen davor noch die Nummer der jeweiligen Oktave am Klavier; also z.B. 42 für die Note Nr. 2 (=d) in der 4. Oktave. So wird jeder Ton eindeutig mit einer zweistellige Zahl des 12er-Systems bezeichnet. (Nach 4B kommt die Notenummer 50, und vor 40 kommt 3B.)

c	cis	d	dis	e	f	fis	g	gis	a	ais	h
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	4A	4B

Zum Transponieren müssen wir dann lediglich die gewünschte Anzahl an Halbtonschritten zur jeweiligen Notenummer addieren bzw. davon subtrahieren.

Wir transponieren auf diese Weise die folgende Melodie, so dass sie mit e beginnt. Die Noten geben wir dabei sowohl als Nummern an als auch in herkömmlicher Schreibweise.

40	42	44	45	47	49	47	45	44	42	40
c	d	e	f	g	a	g	f	e	d	c

44	46	48	49	4B	51	4B	49	48	46	44
e	fis	gis	a	h	cis	h	a	gis	fis	e