Michael Johann

**- Keine Abgabe -**

# 6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2018)

1) „Übersetzen" Sie:

$910 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{2}$ $\quad 1010\ 1010_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{10}$ $\quad 3601 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{6\times 10}$

$910 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{8}$ $\quad 1010\ 1010_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{8}$ $\quad 1801 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{6\times 10}$

$910 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{16}$ $\quad 1010\ 1010_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{16}$ $\quad 59;59_{6\times 10} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{10}$

$29;59_{6\times 10} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{10}$

2) Addieren Sie (an der Stellentafel !):

<u>2er System:</u>

1001 + 1111 =
11 + 111 =
1100 + 11 =

<u>8er-System:</u>

643 + 555 =
62 + 23753 =

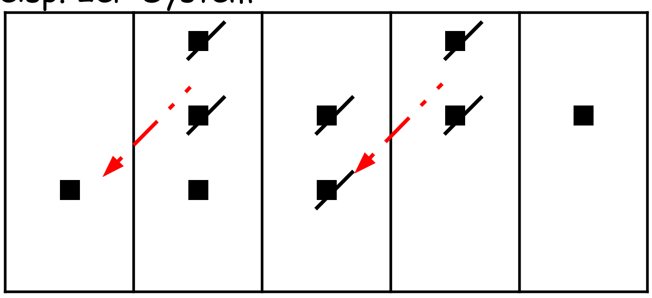
<u>16er-System:</u>

DCE + FC9 =
FE0 + 10022 =

<u>6×10er-System:</u>

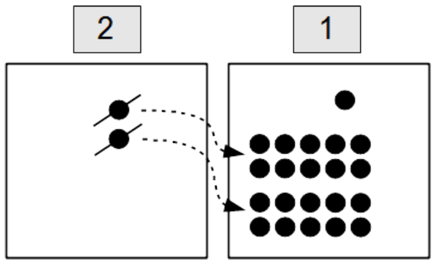
53;43 + 43;18 =
59;59 + 1;11;11 =

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1111 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ \hline 11001 \end{array}$$

3) Im Zehnersystem gilt $21 = 2\cdot 10^1 + 1\cdot 10^0$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.




a) Erläutern Sie entsprechend die Zahl $1221_3$.

b) Ist 1234560 eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis $b$ ($b \geq 7$), dann gilt:

$$12345670 = ?\cdot b^0 + ?\cdot b^1 + \dots + ?\cdot b^? + ?\cdot b^? + ?\cdot b^? = \sum_{i=?}^{?} a_i \cdot b^i \quad \text{mit } a_0=?,\ a_1=?,\ ???,\ a_?=?$$

c) Erklären Sie in Bezug zur Handlung an der Stellentafel, weshalb die **k**-te Stelle den Wert $b^{k-1}$ hat und nicht $b^k$.

4) Man kann die geometrische Reihe $3^0+3^1+3^2+3^3$ als die Zahl $1111_3$ im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis $10000_3$ ( $=3^4$ ).

$$\boxed{\begin{aligned} 3^0+3^1+3^2+3^3 &= 1111_3 \quad ;|\cdot 2 \\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3) &= 2222_3 \quad ;|+1 \\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3)+1 &= 10000_3 \\ &= 1\cdot 3^4 \end{aligned}}$$

Also ist $2\cdot\left(3^0+3^1+3^2+3^3\right)+1=3^4$ oder $3^0+3^1+3^2+3^3=\dfrac{3^4-1}{2}$.

a) Zeigen Sie ebenso, dass $4^0+4^1+4^2+4^3+4^4+4^5=\dfrac{4^6-1}{3}$ ist, und

b) verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $4^0+4^1+4^2+\ldots+4^n$.

Zeigen Sie also, dass $4^0+4^1+4^2+\ldots+4^n=\dfrac{4^{n+1}-1}{3}$ ist.