




## 5. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2019)

- 1) Man kann jeder Teilmenge von  $\mathbb{N}$  eine eindeutig bestimmte Zahl  $x$  zwischen 0 und 1 zuordnen, die nur aus den Ziffern 0 und 1 besteht (genauer:  $0 \leq x < 1$ ). Beispiel:  $x=0,0101$  soll für die Menge  $\{2, 4\}$  stehen, weil genau an der 2. und 4. Nachkommastelle die Ziffer 1 steht und sonst 0. Allgemein: Steht an der  $n$ -ten Nachkommastelle von  $x$  die Ziffer 1, dann ist die Zahl  $n$  in der betreffenden Menge enthalten und bei 0 nicht.
- a) Geben Sie für folgende Mengen die zugehörige Zahl an:  
 (i)  $\{4,5,6,10\}$     (ii)  $\mathbb{N}$     (iii)  $\{2,4,6,8, \dots\}$     (iv)  $\{3,6,9,12, \dots\}$     (v)  $\{ \}$
- b) Zeigen Sie, dass die Potenzmenge von  $\mathbb{N}$  überabzählbar ist, indem Sie das 2. Cantorsche Diagonalverfahren auf die Zahlen zwischen 0 und 1 anwenden, die nur aus den Ziffern 0 und 1 bestehen.
- 2) Dies sind die Zahlen von 1 bis 10, wie sie im Syrischen (in etwa) ausgesprochen werden:  
*„woahed, tneen, tlate, arba-a, chamse, sitte, saba-a, tmanee, tissa-a, aschara“.*  
 (Diese Zahlwortfolge lässt sich selbstverständlich beliebig weit fortsetzen.)
- a) Zeigen Sie, dass hier die Zählprinzipien nach Gelmann und Gallistel gelten.  
 b) Auf welcher Niveaustufe der Zählfähigkeit nach Fuson ordnen Sie sich hier selbst ein?  
 c) Geben Sie mit dieser Zahlwortfolge zunächst eine explizite Anzahl für die Elemente der Menge  $\{\text{John, Paul, George, Ringo}\}$  an und dann eine implizite Anzahl.  
 d) Welche Art von Zuordnung besteht zwischen einer Menge und der expliziten Anzahl ihrer Elemente?
- 3) Ordnen Sie die folgenden Zahlen entsprechend ihrer Verwendung einem Zahlaspekt zu. (Bei g) und f) werden 2 Zahlen genannt!):
- a) Es ist 12 Uhr.  
 b) Schlag Seite 25 auf.  
 c) Wir haben  $17^\circ\text{C}$ .  
 d) Bitte  $2\times$  läuten.  
 e) Der Zug hat 5 Minuten Verspätung.  
 f) Auf dem Zahlenstrahl 3 Einheiten rechts von 7  
 g) Es geschah 2 Tage vor dem 1. April.
- 4a) Geben Sie zu jedem der Zahlbilder , ,  einen Rechterterm an, der dadurch veranschaulicht wird, sowie einen der dadurch nicht veranschaulicht wird, obwohl er die Zahl darstellt.
- 4b) Geben Sie für die Zahl 10 ein Zahlbild an und versuchen Sie fünf Rechterterme anzugeben, die sich damit veranschaulichen lassen (mit Skizze).