

6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2019)

1) „Übersetzen“ Sie:

$$910 = \underline{\hspace{2cm}}_2$$

$$910 = \underline{\hspace{2cm}}_8$$

$$910 = \underline{\hspace{2cm}}_{16}$$

$$1010\ 1010_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{10}$$

$$1010\ 1010_2 = \underline{\hspace{2cm}}_8$$

$$1010\ 1010_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{16}$$

$$3601 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10}$$

$$1801 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10}$$

$$59;59_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10}$$

$$29;59_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10}$$

2) Addieren Sie (an der Stellentafel !):

2er System:

$$1001 + 1111 =$$

$$11 + 111 =$$

$$1100 + 11 =$$

8er-System:

$$643 + 555 =$$

$$62 + 23753 =$$

16er-System:

$$DCE + FC9 =$$

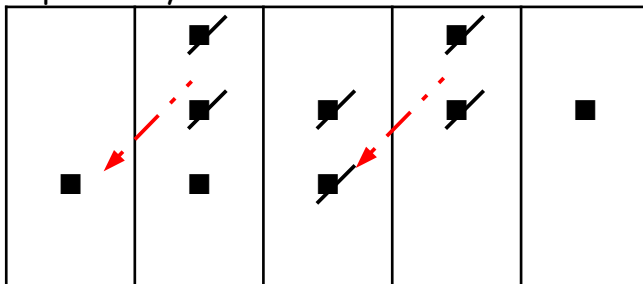
$$FE0 + 10022 =$$

6x10er-System:

$$53;43 + 43;18 =$$

$$59;59 + 1;11;11 =$$

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 1111 \\ \hline 11001 \end{array}$$

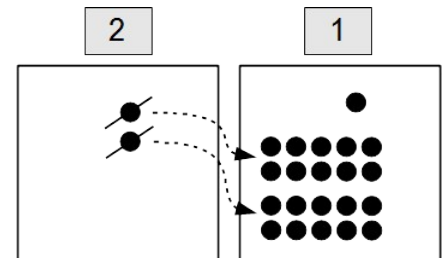
3) Im Zehnersystem gilt $21 = 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.

a) Erläutern Sie entsprechend die Zahl 1221_3 .

b) Ist 1234560 eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis b ($b \geq 7$), dann gilt:

$$1234560 = ? \cdot b^0 + ? \cdot b^1 + \dots + ? \cdot b^2 + ? \cdot b^3 + ? \cdot b^4 = \sum_{i=?}^? a_i \cdot b^i \text{ mit } a_0=?, a_1=?, ???, a_2=?$$

c) Erklären Sie in Bezug zur Handlung an der Stellentafel, weshalb die k -te Stelle den Wert b^{k-1} hat und nicht b^k .



- 4) Man kann die geometrische Reihe $3^0+3^1+3^2+3^3$ als die Zahl 1111_3 im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis 10000_3 ($= 3^4$).

$$\begin{array}{l} 3^0+3^1+3^2+3^3=1111_3 \quad ; | \cdot 2 \\ 2 \cdot (3^0+3^1+3^2+3^3)=2222_3 \quad ; | +1 \\ 2 \cdot (3^0+3^1+3^2+3^3)+1 = 10000_3 \\ \qquad \qquad \qquad = 1 \cdot 3^4 \end{array}$$

Also ist $2 \cdot (3^0+3^1+3^2+3^3) + 1 = 3^4$ oder $3^0+3^1+3^2+3^3 = \frac{3^4-1}{2}$.

a) Zeigen Sie ebenso, dass $4^0+4^1+4^2+4^3+4^4+4^5 = \frac{4^6-1}{3}$ ist, und

b) verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $4^0+4^1+4^2+\dots+4^n$.

Zeigen Sie also, dass $4^0+4^1+4^2+\dots+4^n = \frac{4^{n+1}-1}{3}$ ist.