6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik

(Kap. IV, Video 011)

Abgabe bis Mo., 31.05., 24 Uhr an: `uebung.arithmetik@schulabakus.de`, **Betreff: #6**

1) „Übersetzen" Sie schriftlich:

$630 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{2}$	$1101\ 0110_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{10}$	$7202 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{6\times10}$
$630 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{8}$	$1101\ 0110_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{8}$	$45\,296 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{6\times10}$
$630 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{16}$	$1101\ 0110_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{16}$	$43;21_{6\times10} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{10}$
		$4;32;10_{6\times10} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\__{10}$

2a) In der Tabelle wird die Zahl in Zelle B1 (=222) in ein Stellenwertsystem umgerechnet, dessen Basis in Zelle A1 steht (=5). Dazu wird fortlaufend Division mit Rest angewandt. Der erste Quotient steht in B2, der zugehörige Rest daneben in C2 (222:5 = 44 R 2). Die weiteren Quotienten und Reste folgen in den Zeilen darunter (44:5 = 8 R 4, …). Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B2 und C2 erforderlich – insbesondere, wenn man sie auf die Zellen darunter übertragen möchte?

	A	B	C
1	5	222	
2		44	2
3		8	4
4		1	3
5		0	1

2b) In den Zellen B1 bis E1 stehen die Ziffern der Zahl eines Stellenwertsystems, dessen Basis in Zelle A1 angegeben ist (1342_5). Darunter folgt die Umrechnung ins Dezimalsystem nach dem Hornerschema. Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B3 und C2 erforderlich – insbesondere, wenn man sie auf die Zellen rechts daneben übertragen möchte?

	A	B	C	D	E
1	5	1	3	4	2
2			5	40	220
3		1	8	44	222

3) Addieren Sie an der Stellentafel und notieren Sie dementsprechend die Rechnung:

<u>2er-System:</u>

1010 + 1111 =
111 + 111 =
1111 + 1 =

<u>8er-System:</u>

777 + 1 =
12345 + 67 =

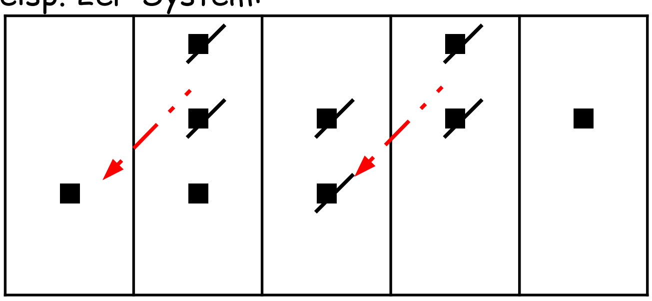
<u>16er-System:</u>

9ABC + DEF =
10029 + FE2 =

<u>6×10er-System:</u>

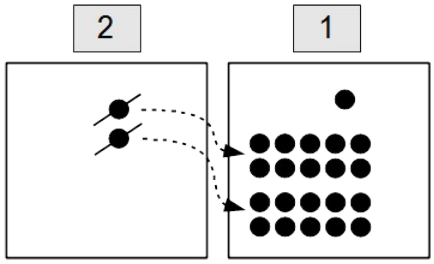
55;55 + 5;55 =
59;59 + 59;59 =

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1111 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1\,} \\ \hline 11001 \end{array}$$

4) Im Zehnersystem gilt $21 = 2\cdot10^{1} + 1\cdot10^{0}$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.



a) Erläutern Sie grafisch entsprechend die Zahl 1221_3.

b) Ist 1234560 eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis b ($b \geq 7$), dann gilt:

$$1234560 = ?\cdot b^0 + ?\cdot b^1 + \;\ldots\; + ?\cdot b^? + ?\cdot b^? + ?\cdot b^? = \sum_{i=?}^{?} a_i \cdot b^i \quad \text{mit } a_0=?,\ a_1=?,\ ???,\ a_?=?$$

c) Erklären Sie mit dem Entbündeln an der Stellentafel, weshalb die **k**-te Stelle den Wert $b^{\mathbf{k-1}}$ hat und nicht $b^{\mathbf{k}}$.

5) Man kann die geometrische Reihe $3^0+3^1+3^2+3^3$ als die Zahl 1111_3 im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis 10000_3 ($= 3^4$).

$$\boxed{\begin{aligned} 3^0+3^1+3^2+3^3 &= 1111_3 \quad ;|\ \cdot 2 \\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3) &= 2222_3 \quad ;|\ +1 \\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3)+1 &= 10000_3 \\ &= 1\cdot 3^4 \end{aligned}}$$

Also ist $2\cdot\left(3^0+3^1+3^2+3^3\right)+1 = 3^4$ oder $3^0+3^1+3^2+3^3 = \dfrac{3^4-1}{2}$.

a) Zeigen Sie ebenso, dass $4^0+4^1+4^2+4^3+4^4+4^5 = \dfrac{4^6-1}{3}$ ist, und

b) verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $4^0+4^1+4^2+\ldots+4^n$.

Zeigen Sie also, dass $4^0+4^1+4^2+\ldots+4^n = \dfrac{4^{n+1}-1}{3}$ ist.