

## 6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik

Abgabe bis Di., 14.06., 16 Uhr, in den Übungen oder im Briefkasten Geb. I, Erdgeschoss.

1) „Übersetzen“ Sie schriftlich:

$$\begin{array}{lll}
 612 = \underline{\hspace{2cm}}_2 & 1110\ 0111_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{10} & 4\ 953 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10} \\
 612 = \underline{\hspace{2cm}}_8 & 1110\ 0111_2 = \underline{\hspace{2cm}}_8 & 24\ 872 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10} \\
 612 = \underline{\hspace{2cm}}_{16} & 1110\ 0111_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{16} & 34;56_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10} \\
 & & 3;45;60_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10}
 \end{array}$$

2a) In der Tabelle wird die Zahl in Zelle B1 (=222) in ein Stellenwertsystem umgerechnet, dessen Basis in Zelle A1 steht (=5). Dazu wird fortlaufend Division mit Rest angewandt. Der erste Quotient steht in B2, der zugehörige Rest daneben in C2 (222:5 = 44 R 2). Die weiteren Quotienten und Reste folgen in den Zeilen darunter (44:5 = 8 R 4, ...). Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B2 und C2 erforderlich - insbesondere, wenn man sie auf die Zellen darunter übertragen möchte?

	A	B	C
1	5	222	
2		44	2
3		8	4
4		1	3
5		0	1

2b) In den Zellen B1 bis E1 stehen die Ziffern der Zahl eines Stellenwertsystems, dessen Basis in Zelle A1 angegeben ist (1342<sub>5</sub>). Darunter folgt die Umrechnung ins Dezimalsystem nach dem Horner Schema.

	A	B	C	D	E
1	5	1	3	4	2
2			5	40	220
3		1	8	44	222

Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B3 und C2 erforderlich - insbesondere, wenn man sie auf die Zellen rechts daneben übertragen möchte?

3) Addieren Sie an der Stellentafel und notieren Sie dementsprechend die Rechnung:

2er-System:

$$\begin{array}{r}
 1010 + 1111 = \\
 111 + 111 = \\
 1111 + 1 =
 \end{array}$$

8er-System:

$$\begin{array}{r}
 777 + 1 = \\
 12345 + 67 =
 \end{array}$$

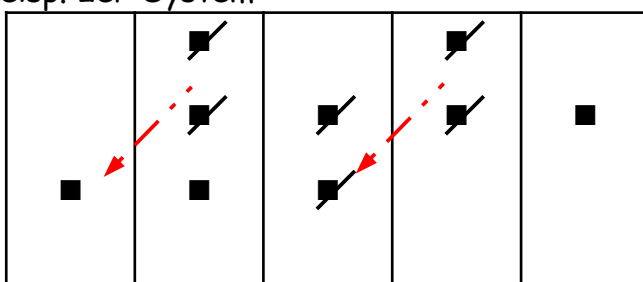
16er-System:

$$\begin{array}{r}
 9ABC + DEF = \\
 10029 + FE2 =
 \end{array}$$

6x10er-System:

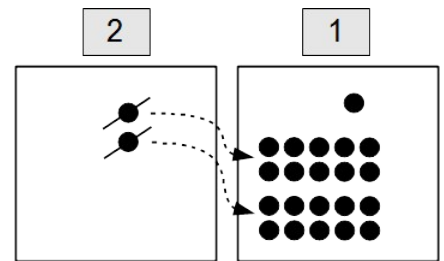
$$\begin{array}{r}
 55;55 + 5;55 = \\
 59;59 + 59;59 =
 \end{array}$$

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r}
 1010 \\
 + 1111 \\
 \hline
 111 \\
 \hline
 11001
 \end{array}$$

4) Im Zehnersystem gilt  $21 = 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$ , was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.



a) Erläutern Sie grafisch entsprechend die Zahl  $1221_3$ .

b) Ist  $1234560$  eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis  $b$  ( $b \geq 7$ ), dann gilt:

$$1234560 = ? \cdot b^0 + ? \cdot b^1 + \dots + ? \cdot b^2 + ? \cdot b^3 + ? \cdot b^4 = \sum_{i=?}^? a_i \cdot b^i \text{ mit } a_0=?, a_1=?, ???, a_4=?$$

c) Erklären Sie mit dem Entbündeln an der Stellentafel, weshalb die  $k$ -te Stelle den Wert  $b^{k-1}$  hat und nicht  $b^k$ .

5) Man kann die geometrische Reihe  $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3$  als die Zahl  $1111_3$  im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis  $10000_3$  ( $= 3^4$ ).

$$\begin{aligned} 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 &= 1111_3 \quad ; | \cdot 2 \\ 2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) &= 2222_3 \quad ; | + 1 \\ 2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 1 &= 10000_3 \\ &= 1 \cdot 3^4 \end{aligned}$$

Also ist  $2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 1 = 3^4$  oder  $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 = \frac{3^4 - 1}{2}$ .

a) Zeigen Sie ebenso, dass  $7^0 + 7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = \frac{7^5 - 1}{6}$  ist, und

b) verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen  $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n$ .

Zeigen Sie also, dass  $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n = \frac{7^{n+1} - 1}{6}$  ist.