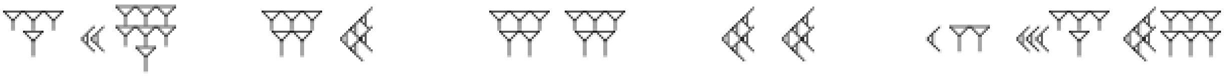
Michael Johann

Aufgaben mit Lösungen* zur Vorlesung Arithmetik – 1

(* Keine Musterlösungen, da nicht immer vollständig und auch nicht frei von Flüchtigkeitsfehlern.)

Babylonische Keilschrift

1) Geben Sie die entsprechende Zahl in unserem Zehnersystem an:



4;27 = $4\times60+27=267$	5;50 = $5\times60+50=350$	5;5 = $5\times60+5=305$	50;50 = $50\times60+50=$ 3.050	12;34;56 = $12\times60^2+34\times60+56=$ 45.296

2) Geben Sie die entsprechende Zahl in Keilschrift an:

610 61 3.601 100.000

=27;46;40
$=27\times60^2+46\times60+40$

Römische Zahlschrift

3) Geben Sie die entsprechende Zahl in unserem Zehnersystem an:

MMCCCXI	MMMCMXCIX	CDXLIV	DCLXVI
2.311	3999	444	666

4) Welche Regelverletzung(en) liegt/liegen jeweils vor?

a) MMMM	b) DMCLC	c) MDXXC	d) VVII	e) MMMCCIIX	f) MMDCLC
Nur 3 gleiche Zeichen nebeneinander	DM, LC: unzulässige Reihenfolge	XXC: Ein X zu viel oder falsche Reihenfolge	VV: nur ein V möglich (ebenso L, D)	IIX: ein I zu viel oder falsche Reihenfolge (wie c)	LC: falsche Reihenfolge (wie b)

5) Wie lautet die um 1 kleinere Zahl im römischer Zahlschrift?

X	L	C	D	M	XX	CC	MM	MCM
IX	XLIX	XC IX	CDXC IX	CMXCIX	XIX	CXCIX	MCMXCIX	MDCCCXCIX

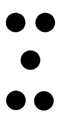
6) Wie lautet die um 1 größere Zahl in römischer Zahlschrift?

XLVIII	XLIX	CCCLXXXIX
XLIX	L	CCCXC

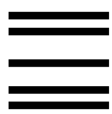
Die Zahlschrift der Maya

Stellenwerte der Maya-Zahlen		
5. Stelle:	$20^3\times18$	(=144000)
4. Stelle:	$20^2\times18$	(=7200)
3. Stelle:	20×18	(=360)
2. Stelle:	20	
1. Stelle:	1	

7) Geben Sie die beiden Zahlen in unserem Zehnersystem an:



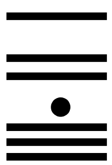
$2\times360+1\times20+2$
=742



$10\times360+5\times20+10$
=3710

8) Geben sie die entsprechende Zahl in der Zahlschrift der Maya an:

2016

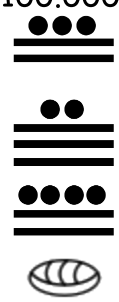


5×360
$+10\times20$
+16

365

1×360
$+0\times20$
+5

100.000



13×7200 $(7200=20^2\times18)$
$+17\times360$ $(360=18\times20)$
$+14\times20$
+0

9) Erstellen Sie aus den nebenstehenden drei Zeichen (und nur aus diesen) zwei eigene Zahlensysteme:

+ # –

- eines wie die römische oder ägyptische Zahlschrift
- und eines wie unser Stellenwertsystem (oder das der Maya oder der Babylonier).

Zeigen Sie, wie man damit die Zahlen von 0 bis 100 notieren kann.

Stellenwertsystem (3er-System):

0	–	3	+–	6	#–	9	+––	18	#––	27	+–––
1	+	4	++	7	#+	10	+–+	19	#–+	…	…
2	#	5	+#	8	##	11	+–#	20	#–#	53	+###
						12	++–	21	#+–	54	#–––
						13	+++	22	#++	…	…
						14	++#	23	#+#	80	####
						15	+#–	24	##–	81	+––––
						16	+#+	25	##+	…	…
						17	+##	26	###	161	+####
										162	#––––
										…	…

100 +–#–+

oder (Stellen sind vertikal angeordnet):

0	1	2	3	4	5	6	…	10	11	12	…	80	90	100
–	+	++	+++	++++	#	#+		+ –	+ +	+ ++		#+++ –	#++++ –	+ – –

nach römischer/ägyptischer Art (keine Stellenwertsystem!):

0	1	2	3	…	10	20	…	100
	–	––	–––		+	++		#

Ägyptische/Russische Multiplikation

10a) Berechnen Sie 65 • 63 <u>und</u> 63 • 65 nach dem russischen/ägyptischen Verfahren.
(Beginnen Sie das Halbieren im ersten Fall mit 65 und im zweiten mit 63.)

b) Es gibt Zahlen, bei denen besonders wenige Additionen auszuführen sind und andere, bei denen besonders viele auszuführen sind. Welche sind das jeweils?

c) Die Idee des Verfahrens lässt sich auch auf das Potenzieren übertragen. Zeigen Sie das am Beispiel 5^9, und beschreiben Sie es allgemein.

a)

65	63
32	~~126~~
16	~~252~~
8	~~504~~
4	~~1008~~
2	~~2016~~
1	4032
	<u>4095</u>

⇔

63	65
31	130
15	260
7	520
3	1040
1	2080
	<u>4095</u>

b)
Wenige Additionen wenn der Multiplikator 2^n ist.
Viele Additionen wenn der Multiplikator 2^n–1 ist.

c)

5^9 5×5×5×5×5×5×5×5×5

$= 5^8 \times 5$ (5×5×5×5×5×5×5×5)×5

$= 25^4 \times 5$ (5×5)×(5×5)×(5×5)×(5×5)×5

$= 625^2 \times 5$ [(5×5)×(5×5)]×[(5×5)×(5×5)]×5

= 390.625 × 5

= 1.953.125

5	9
~~25~~	4
~~625~~	2
390625	1
<u>5 · 390625</u>	

Anstatt das Halbieren des einen Faktors durch ein Verdoppeln des anderen auszugleichen, wird beim Potenzieren der Exponent halbiert und zum Ausgleich die Basis quadriert: $b^n=(b^2)^{\frac{1}{2}n}$.
Ist der Exponent ungerade, so wird er um 1 verringert und der gesamte Ausdruck zum Ausgleich einmal mit der Basis multipliziert: $b^n=b^{n-1}\times b$