

Übungsklausur zur Vorlesung Arithmetik (Sommer 2017)

(Landau, 16. Juni 2017)

Nachname:	
Vorname:	
Matrikelnummer:	

Hiermit bestätige ich die Richtigkeit der obigen Angaben und dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und nur die zugelassenen Hilfsmittel verwendet habe.

(Unterschrift)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
max. Pkte.	7	5	4	5	4	5	5	5	40
Bewertung									

Bonus:

- 1a) Berechnen Sie $65 \cdot 63$ und $63 \cdot 65$ nach dem russischen/ägyptischen Verfahren.
(Beginnen Sie das Halbieren im ersten Fall mit 65 und im zweiten mit 63.)

2P

- b) Es gibt Zahlen, bei denen besonders wenige Additionen auszuführen sind, und andere, bei denen besonders viele auszuführen sind. Welche sind das jeweils?

2P

- c) Die Idee des Verfahrens lässt sich auch auf das Potenzieren übertragen.
Zeigen Sie das am Beispiel 5^9 , und beschreiben Sie es allgemein.

3P

2) Berechnen Sie - *geschickt!* - die Summe $211 + 218 + 225 + \dots + 295$.

Allgemein: Berechnen Sie die Summe $a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + nb)$.

5P

3) Berechnen Sie die unendlichen Summen

a) $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$

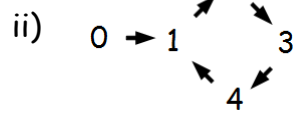
b) $1/3 + 1/9 + 1/27 + \dots$

4P

4a) Begründen Sie, weshalb folgende Mengen keine Modelle der Dedekind-Peano-Axiome sind: 2P

i) $\{0, 1, 2, \dots, \infty\}$

(d.h. $\infty \in \{0, 1, 2, \dots, \infty\}$)



b) Überprüfen Sie die Gültigkeit der Dedekind-Peano-Axiome an der Menge $A = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ (das sind die Primzahlen sowie die Zahlen 0 und 1). 3P

5) Ordnen Sie die folgenden Zahlen entsprechend ihrer Verwendung einem Zahlaspekt zu:

a) Es ist 12 Uhr.

4P

b) Schlag Seite 25 auf.

c) Bitte 2× läuten.

d) Der Zug hat 5 Minuten Verspätung.

e) Auf dem Zahlenstrahl 3 Einheiten rechts von 7.

f) Es geschah 2 Tage vor dem 1. April.

6) „Übersetzen“ Sie:

5P

$$641 = \underline{\hspace{2cm}}_2 \quad 111\ 1111_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{10}$$

$$3599 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10}$$

$$641 = \underline{\hspace{2cm}}_8 \quad 111\ 1111_2 = \underline{\hspace{2cm}}_8$$

$$1799 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10}$$

$$641 = \underline{\hspace{2cm}}_{16} \quad 111\ 1111_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{16}$$

$$1;00;01_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10}$$

$$30;01_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10}$$

- 7) Betrachten Sie das Vervielfachen einer Zahl hier als wiederholte Addition. Und berechnen Sie so die jeweiligen Vielfachen der angegebenen Zahlen. Notieren Sie Ihre Rechnung.

5P

8er-System:

$$2 \times 555 =$$

$$3 \times 444 =$$

$$5 \times 222 =$$

16er-System:

$$2 \times \text{FFF} =$$

$$4 \times \text{FFF} =$$

$$3 \times 789 =$$

$$6 \times 789 =$$

6x10er-System:

$$2 \times 47;48 =$$

$$4 \times 47;48 =$$

$$8 \times 47;48 =$$

- 8) Bestimmen Sie kombinatorisch die Summe aller 4-stelligen Zahlen, die aus den Ziffern 1, 3, 5 und 7 gebildet werden können. Dabei sollen in jeder Zahl alle 4 Ziffern vorkommen. (Begründung!)

5P
