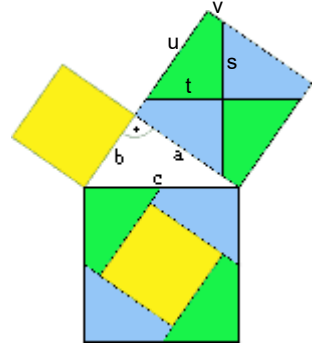


6. Übungsblatt zur Vorlesung Geometrie, WS 2018/19 - Keine Abgabe aber relevant für die Klausur -

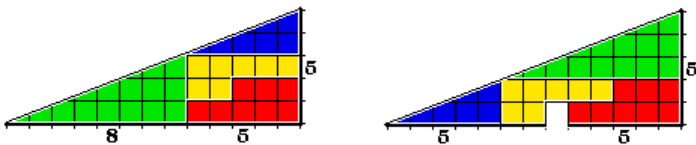
1) Im Folgenden ist der Zerlegungsbeweis von Henry Perigal für den Satz des Pythagoras wiedergegeben (Henry Perigal, „Geometric Dissections and Transpositions“, London, 1891).

- Markieren Sie den Mittelpunkt des größeren Kathetenquadrates. Zeichnen Sie durch den Mittelpunkt jeweils senkrecht und waagrecht eine Parallele zu den Seiten des Hypotenusenquadrats.
- Das größere Kathetenquadrat lässt sich entlang dieser Linien zerlegen und zusammen mit dem kleineren Kathetenquadrat zum Hypotenusenquadrat zusammensetzen.

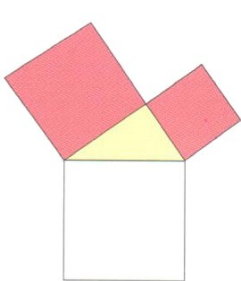


- a) Zeigen Sie, dass die Vierecke, in die das größere Kathetenquadrat zerlegt wird, alle zueinander kongruent sind.
(Tipp: Die Diagonalen des Quadrats teilen jedes der Vierecke in zwei Dreiecke.)
- b) Zeigen Sie am zusammengesetzten Hypotenusenquadrat:
- (i) Die lange Seite des grünen Puzzlestücks (u) ist so lang wie die Seite des gelben Quadrats (b) und die kurze Seite des blauen Puzzlestücks (v) zusammen, $u=b+v$.
 - (ii) Die Seite t des grünen und des blauen Puzzlestücks sind zusammen so lang wie die Seite c , $c=2t$.

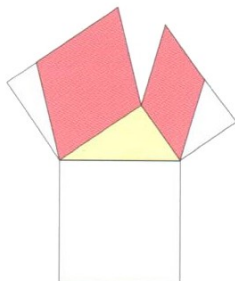
2) Zeigen Sie, wo der Fehler bei der folgenden Zerlegung eines (scheinbar) rechtwinkligen Dreiecks mit Katheten 5 und 13 liegt:



3) Die Bildfolge soll einen Beweis nach Pappus für den Satz des Pythagoras wiedergeben. Ergänzen Sie dazu die fehlenden Bilder an den Stellen 3 und 5.

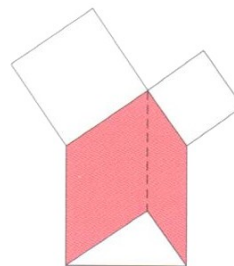


(1)



(2)

(3)

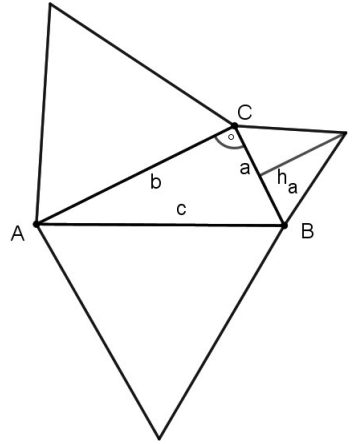


(4)

(5)

- a) Zeigen Sie, dass die gemeinsame Seite der Parallelogramme in (4) kongruent ist zur Hypotenuse des (gelben) Dreiecks.
- b) Begründen Sie, weshalb der Flächeninhalt der (roten) Vierecke bei jeder der Transformationen gleich bleibt.

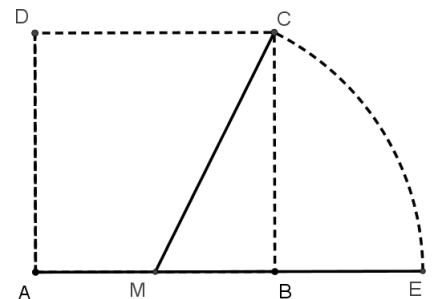
- 4) Über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks ABC seien gleichseitige Dreiecke errichtet.
- Zeigen Sie dass im gleichseitigen Dreieck über der Seite a für die Höhe h_a gilt: $h_a = \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{3}$.
 - Beweisen Sie, dass die Summe der Flächeninhalte der Dreiecke über den Katheten gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks über der Hypotenuse ist.
 - Beweisen Sie, dass eine entsprechende Aussage wie in b) auch gilt, wenn man statt Dreiecken Halbkreise nimmt.



- 5) Gegeben sei ein Rechteck der Länge 7 und Breite 2. Konstruieren Sie ein Quadrat gleichen Flächeninhalts
- auf der Grundlage des Kathetensatzes,
 - auf der Grundlage des Höhensatzes.

Geben Sie jeweils eine Konstruktionsbeschreibung für GeoGebra an und fügen Sie einen Ausdruck der Konstruktion hinzu.

- 6a) Zeigen Sie, dass in der nebenstehenden Figur das Längenverhältnis von AE zu AB der Goldene Schnitt ist. (ABCD ist ein Quadrat, M ist die Mitte von AB.)
- b) Geben Sie eine Konstruktionsbeschreibung (für GeoGebra) an, wie man bei vorgegebener Strecke AB den Punkt E konstruiert.



- 7) Geben Sie eine Konstruktionsbeschreibung für ein regelmäßiges 5-Eck an, wenn eine Strecke mit der Seitenlänge a vorgegeben ist. (Tipp: Die Seitenlänge teilt die Diagonale im Verhältnis des Goldenen Schnitts.)

- 8) Leiten Sie anhand der Zeichnung (aus Wikipedia) die Formel des Kugelvolumens her (nach Archimedes/Cavalieri).

