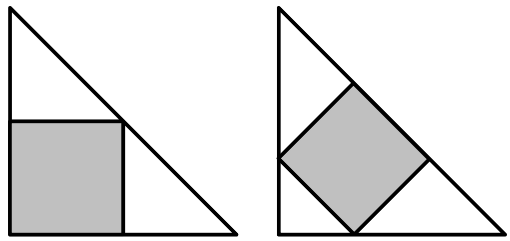
Michael Johann

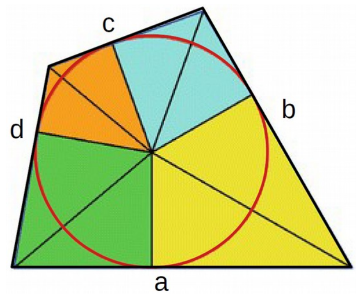
4. Übungsblatt zur Vorlesung Geometrie, WS 2019/20

1) Welches der beiden Quadrate hat die größere Fläche? Dabei sollen die beiden Dreiecke gleichschenklig und rechtwinklig sein und zueinander kongruent. (Tipp: Zerlegen Sie die Dreiecke geschickt in kleinere, kongruente Dreiecke, um die Flächen auszumessen.)



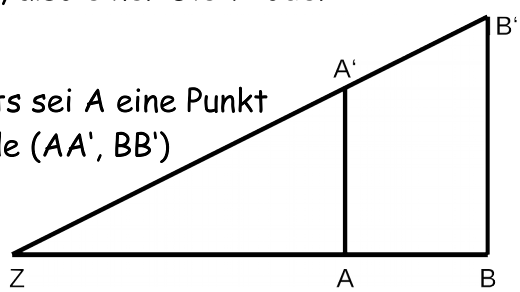
2) Stimmen zwei Dreiecke in zwei Seiten überein und einem der Winkel, die gegenüber diesen Seiten liegen (SSW), dann bedeutet das nicht notwendig, dass die Dreiecke kongruent sind!
   a) Geben Sie dazu ein Beispiel an.
   b) Ergänzen Sie die o.g. Voraussetzungen so, dass zwischen den Dreiecken Kongruenz gilt.

3) Begründen Sie anhand nebenstehender Figur, weshalb in einem Tangentenviereck die Summen gegenüberliegender Seiten gleich sind: a+c=b+d.



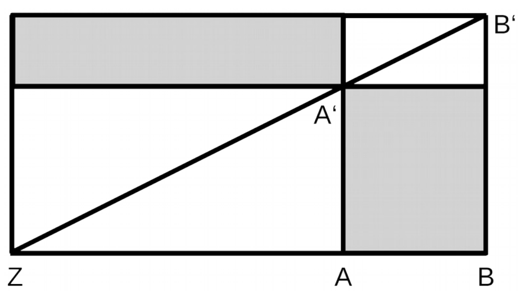
4) Die von der Schule her bekannte Achsenspiegelung ist eine **Kongruenzabbildung**, da das Spiegelbild einer Figur zu dieser kongruent ist. Wird nacheinander an mehreren Geraden gespiegelt, dann ist die resultierende Figur folglich immer noch kongruent zur Ausgangsfigur. Zeigen Sie:
   a) Spiegelt man nacheinander an zwei Geraden,
      i) die parallel sind, dann entspricht dies einer Verschiebung der Figur um den doppelten Abstand der beiden Geraden.
      ii) die sich schneiden, dann entspricht diese einer Drehung der Figur um das doppelte des Winkels, den die Geraden bilden; das Drehzentrum ist der Schnittpunkt der Geraden.
   b) Spiegelt man nacheinander an drei Geraden,
      i) die sich in einem Punkt schneiden, dann entspricht dies einer Spiegelung der Figur an einer weiteren Geraden durch den Schnittpunkt der anderen.
      ii) die alle zueinander parallel sind, dann entspricht dies einer Spiegelung der Figur an einer weiteren Geraden, die zu den anderen parallel ist.
      iii) von denen die dritte senkrecht zu den anderen steht, dann entspricht dies einer Verschiebung mit anschließender Spiegelung der Figur, also einer Gleit- oder Schubspiegelung.

5) Strahlensatz für rechtwinklige Dreiecke: In der Figur rechts sei A eine Punkt auf ZB und A' ein Punkt auf ZB'. Es gelte AA' || BB' und beide (AA', BB') seien senkrecht zu ZB.



   a) Zeigen Sie: $\frac{|[AA']|}{|[BB']|}=\frac{|[ZA]|}{|[ZB]|}$

   (Tipp: Ergänzen Sie die Figur zu einem Rechteck und zeigen Sie: $|[ZA]|\cdot(|[BB']|-|[AA']|) = |[AA']|\cdot|[AB]|$.
   Lösen Sie dann die Klammer auf und addieren Sie $|[ZA]|\cdot|[AA']|$.)



   b) Verallgemeinern Sie die Aussage auf nicht-rechtwinklige Figuren, indem Sie eine Senkrechte zu den Parallelen einfügen, die durch Z geht.