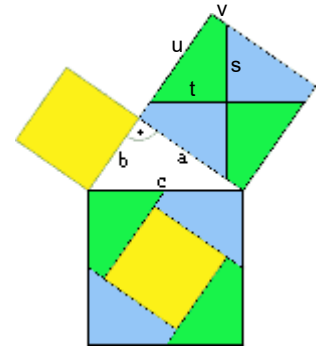


## 6. Übungsblatt zur Vorlesung Geometrie, WS 2017/18

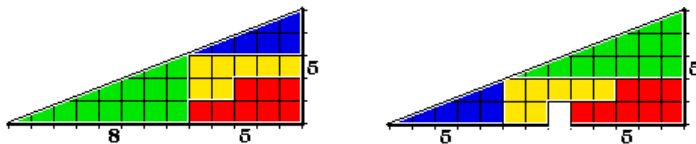
1) Im Folgenden ist der Zerlegungsbeweis von Henry Perigal für den Satz des Pythagoras wiedergegeben (Henry Perigal, „Geometric Dissections and Transpositions“, London, 1891).

- Markieren Sie den Mittelpunkt des größeren Kathetenquadrates. Zeichnen Sie durch den Mittelpunkt jeweils senkrecht und waagrecht eine Parallele zu den Seiten des Hypotenusenquadrats.
- Das größere Kathetenquadrat lässt sich entlang dieser Linien zerlegen und zusammen mit dem kleineren Kathetenquadrat zum Hypotenusenquadrat zusammensetzen.

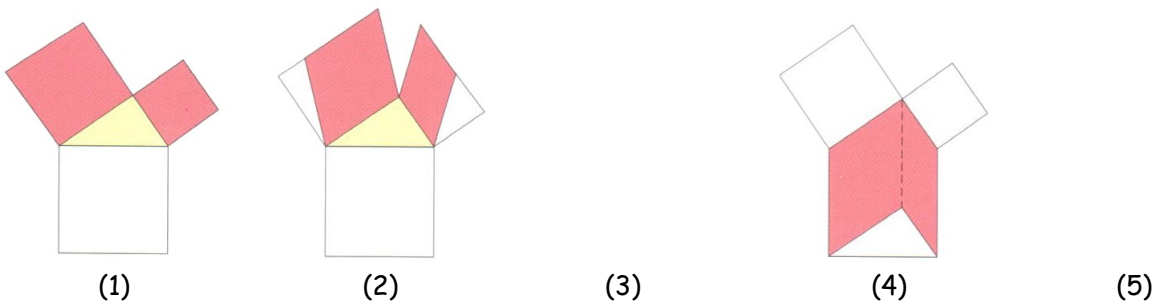


- a) Zeigen Sie, dass die Vierecke, in die das größere Kathetenquadrat zerlegt wird, alle zueinander kongruent sind.  
(Tipp: Die Diagonalen des Quadrats teilen jedes der Vierecke in zwei Dreiecke.)
- b) Zeigen Sie am zusammengesetzten Hypotenusenquadrat:
- Die lange Seite des grünen Puzzlestücks (u) ist so lang wie die Seite des gelben Quadrats (b) und die kurze Seite des blauen Puzzlestücks (v) zusammen,  $u=b+v$ .
  - Die Seite t des grünen und des blauen Puzzlestücks sind zusammen so lang wie die Seite c,  $c=2t$ .

2) Zeigen Sie, wo der Fehler bei der folgenden Zerlegung eines (scheinbar) rechtwinkligen Dreiecks mit Katheten 5 und 13 liegt:

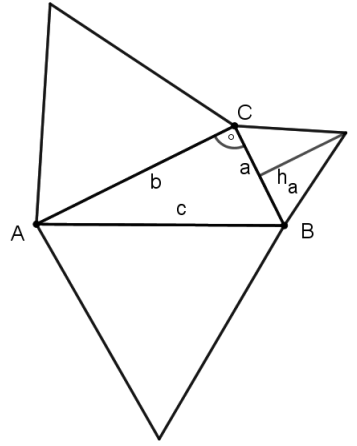


3) Ergänzen Sie die fehlenden Bilder an den Stellen 3 und 5 in der Bildfolge. Diese gibt einen Beweis nach Pappus für den Satz des Pythagoras wieder.



- a) Zeigen Sie, dass die gemeinsame Seite der Parallelogramme in (4) kongruent ist zur Hypotenuse des (gelben) Dreiecks.
- b) Begründen Sie, weshalb der Flächeninhalt der (roten) Vierecke bei jeder der Transformationen gleich bleibt.

- 4) Über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks  $ABC$  seien gleichseitige Dreiecke errichtet.
- Zeigen Sie dass im gleichseitigen Dreieck über der Seite  $a$  für die Höhe  $h_a$  gilt:  $h_a = \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{3}$ .
  - Beweisen Sie, dass die Summe der Flächeninhalte der Dreiecke über den Katheten gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks über der Hypotenuse ist.
  - Beweisen Sie, dass eine entsprechende Aussage wie in b) auch gilt, wenn man statt Dreiecken Halbkreise nimmt.



- 5) Gegeben sei ein Rechteck der Länge 7 und Breite 2. Konstruieren Sie ein Quadrat gleiche Flächeninhalts
- auf der Grundlage des Kathetensatzes,
  - auf der Grundlage des Höhensatzes.
- Geben Sie jeweils eine Konstruktionsbeschreibung für GeoGebra an und fügen Sie einen Ausdruck der Konstruktion hinzu.