Michael JOHANN, Landau

Der Abakus in der Grundschule

Mit der Verwendung eines Abakus´ in der Grundschule verbinde ich hauptsächlich die Absicht, *Kindern die schriftlichen Rechenverfahren verständlich* zu machen. Ich meine damit, dass Kinder in die Lage versetzt werden sollen, ihr Vorgehen beim schriftlichen Rechnen begründen zu können, indem sie es auf die Grundhandlungen *Zusammenfügen, Trennen* und *Ersetzen* sowie auf mögliche Rationalisierungen derselben zurückführen. Mein Anliegen ist es also nicht, das Abakus-Rechnen anstelle oder isoliert neben dem schriftlichen Rechnen zu betreiben und einer zusätzlichen Mechanisierung des Rechnens Vorschub zu leisten. Ich verwende deshalb auch keine der sonst üblichen Abakusformen, sondern einen „Schulabakus" (s. Abb.1), der jedem Kind zur Verfügung steht.

Es bot sich mir die Möglichkeit, diese und andere Überlegungen in einer Grundschulklasse, die von mir in Mathematik vom zweiten bis zum vierten Schuljahr unterrichtet wurde, zu realisieren. Darüber will ich hier kurz berichten:

Der Schulabakus sollte m.E. im Unterricht eingeführt werden, wenn das Bündeln (zu Zehnern) thematisiert wird, also zum Ende des ersten oder zu Beginn des zweiten Schuljahres (wie in meinem Fall).

Die Handlungsbasis, auf die ich alles Rechnen am Abakus aufbaue, wird durch die folgende Regel beschrieben:

Bündelungsregel: Ersetze *zehn* Steinchen, die in einem Feld liegen, durch *ein* Steinchen im Feld links daneben.

Nachdem die Schüler in einem mehrstufigen Prozess über ca. zwei Wochen hinweg spielerisch gelernt hatten, nach dieser Regel an ihrem Abakus zu handeln (Ikonisierungen sollten m.E. anfangs vermieden werden), begannen wir damit, den Zusammenhang zwischen den Steinchenmustern am Abakus und der Zifferndarstellung von Zahlen zu erkunden. Dazu brachten wir eine bestimmte Anzahl von Steinchen ins erste Feld und wandten die Bündelungsregel an, wobei wir auf Ziffernkärtchen festhielten, wie viele Steinchen sich vor bzw. nach dem Bündeln in den Feldern befanden (s. Abb. 1). Schon nach dem ersten Beispiel mit 24 Steinchen fiel einigen Schülern auf, dass man die ursprünglich notierte Zahl „24" durch das Zusammenfügen der beiden Kärtchen mit „2" und „4" erhält. Sie überprüften diesen Zusammenhang noch mit anderen Zahlen (23 und 27) und waren schließlich der Überzeugung, dass uns die Anwendung der Bündelungsregel am Abakus letztlich die Zifferndarstellung der anfänglich ins erste Feld gelegten Anzahl von Steinchen erklärte. Den Schülern offenbarte sich hier ein ganz neuartiger Zugang zu den Zahlen, die sie schon zu kennen glaubten. Die Zahl „24“ ist nicht nur irgendein Element innerhalb der Zählzahlreihe. *Diese Zahl kann auch erzeugt werden, indem man systematisch Zehnerbündel am Abakus bildet und die Ziffern den Feldern zuordnet!*

Allerdings waren nicht alle Schüler gleichermaßen von diesem Zusammen-

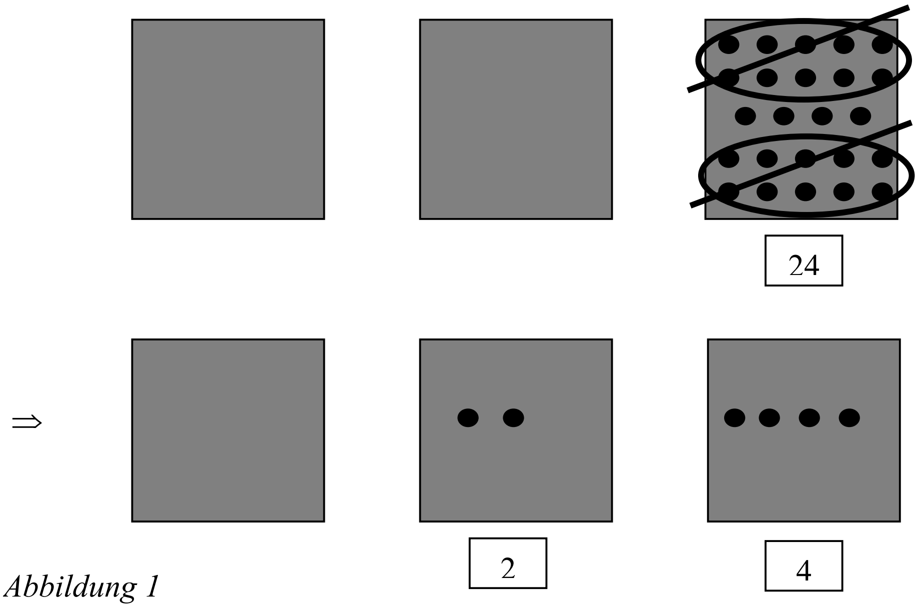

Abbildung 1

hang überzeugt. Einer behauptete, die eben formulierte Regel über die Herstellung der Zifferndarstellungen von Zahlen sei nicht immer richtig: „Bei zehn, elf und zwölf stimmt es nicht!“ Er überprüfte seine Vermutung sofort an seinem Abakus und verwarf sie daraufhin. Verwunderlich ist aber dennoch, wie er zu dieser Vermutung kam? – Wir nehmen an, dass er z.B. mit „zwölf“ primär das gesprochene Zahlwort verband und nicht die Zifferndarstellung „12“. Denn an diesem Zahlwort ist im Gegensatz zu dem darauf folgenden Zahlwort „drei-zehn“ nicht (mehr) zu erkennen, dass es aus mehreren Komponenten aufgebaut ist: *zwe-lif* (ahd.), zwei bleiben übrig. Der Schüler aber dachte wohl: Wenn „zwölf“ nur aus einer Komponente besteht und die Darstellung am Abakus hingegen zwei Felder erfordert, dann stimmt die eben formulierte Regel nicht für alle Zahlen.

Diese Bemerkung des Schülers nahm ich zum Anlass, den Aufbau der Zahlwörter im Unterricht genauer zu untersuchen. Dieser Aufbau hat zwar eine gewisse Ähnlichkeit mit dem der Ziffern- oder Abakus-Zahlen, da allen das Bündeln zu Zehnern zugrunde liegt. Es gibt aber auch einen ganz wesentlichen Unterschied: Zahlwörter sind keine Stellenwertzahlen, sondern Bündelwertzahlen, vergleichbar der römischen Zahlschrift.

Zunächst ermittelten die Schüler die verschiedenen Bestandteile eines „typischen“ Zahlworts wie „zweiundvierzig“, nämlich „zwei“, „und“, „vier“ sowie „zig“. Nachdem geklärt war, dass „zig“ ein altes Wort ist, wofür man heute „Zehner“ sagen kann, war es nicht weiter schwer, auch das ganze Zahlwort „zweiundvierzig“ zu übersetzen: „zwei – und vier Zehner“. Viel wichtiger als diese Übersetzung hingegen ist die Frage, warum „42“ übersetzt „zwei – und vier Zehner“ heißt! Eine Erklärung konnte ohne große Mühe am Abakus gegeben werden: Legt man 42 Steinchen ins erste Feld, dann kann man *vier Zehnerbündel* durch jeweils ein Steinchen im zweiten Feld ersetzen, und *zwei Steinchen* bleiben im ersten Feld übrig.

Dem Abakus kommt somit eine vermittelnde Funktion zwischen den gesprochenen Zahlwörtern einerseits und den geschriebenen Ziffern-Zahlen andererseits zu. Schon alleine diese Eigenschaft macht das Gerät m.E. zu einem wertvollen Instrument im Mathematikunterricht. Doch die eigentliche Stärke des Abakus liegt in der Addition und Subtraktion. Und diese Rechenoperationen wiederum sind in der Grundschule die Basis für ein verständliches Multiplizieren und Dividieren. M.E. sollten Multiplikation und Division in der Grundschule überhaupt nicht den Rang eigenständiger Rechenarten erhalten, sondern stets im Hinblick auf ihre Herkunft aus Addition und Subtraktion behandelt werden. Ein besonders großes Problem im Schulalltag stellt daher die Forderung der Lehrpläne nach Normverfahren dar, denn sie treibt die Mechanisierung des Rechnens voran und wirkt somit einem verständlichen Rechnen entgegen.

Der Abakus besitzt im Vergleich zu anderem Zahlmaterial bei einem geeignet aufgebauten Unterricht ein außergewöhnlich hohes Erklärungspotential für das schriftliche Rechnen in der Grundschule. Wie Kinder dieses Potential selbstständig nutzen können, will ich an vier Beispielen belegen:

Verzehnfachen: Bei der Addition von zehn gleichen Summanden am Abakus erkennen Schüler, dass das Ergebnis gegenüber den einzelnen Summanden um ein Feld nach links verschoben erscheint. Dieses Phänomen kann noch weiter untersucht und auf die Kommutativität der Multiplikation sowie die Bündelungsregel am Abakus zurückgeführt werden. Dadurch können Kinder eine Verkürzung des Verzehnfachens selbst ableiten, welche die bekannte Regel vom „Anhängen einer Null“ überflüssig macht. Darüber hinaus ist im Gegensatz zum Anhängen einer Null das Vorgehen am Abakus auch dann noch korrekt, wenn Dezimalbrüche verzehnfacht werden.

Subtraktion: Die Handlungen bei der Addition am Abakus sind derart einfach, dass es Schülern sogar möglich ist, die Umkehrung dieser

Handlungen selbst zu entdecken (als ob ein Film zur Addition rückwärts laufen würde) und damit einen Algorithmus zur Subtraktion selbstständig zu finden. Das Vorgehen beim Wegnehmen und auch beim Ergänzen wird zu einem durchschaubaren Kinderspiel, welches insbesondere das gleichsinnige Erweitern aus pädagogischer Sicht als groben Unfug erscheinen lässt.

Division: Die übliche Einteilung von Aufgaben nach Schwierigkeitsgraden (Stellenzahl des Divisors, Nullen im Dividend oder Quotient ...) wird hinfällig, wenn wir die Division im Sinne der wiederholten Subtraktion (am Abakus) interpretieren. Eine Aufgabe wie 8056 : 8 wird dadurch geradezu trivial, wohingegen die Anwendung des Normverfahrens mit besonders vielen Schwierigkeiten verbunden ist. Eine Aufgabe wie 107:21 kann jedes Kind im dritten Schuljahr lösen, obwohl der Divisor zweistellig ist. Aber welche Kreativität diese Art des Rechnens bei Kindern freisetzt, zeigt die nebenstehende Rechnung einer Schülerin. Sie erklärte mir dazu: „500-mal 4 ist 2000. Und wegen der 5 kann ich noch 10 Vierer wegnehmen und wegen der 8 noch zwei Vierer. Das sind zusammen 512 Vierer.“

$$\begin{array}{rl} 2158 : 4 = 539 & \\ \underline{-\ 2048} & (512\ \text{x}) \\ 110 & \\ \underline{-\ 108} & (27\ \text{x}) \\ 2 & \end{array}$$

Minderbegabte Kinder: Mein Vorgehen im Unterricht war nicht nur für „begabte“ Kinder von Nutzen, obgleich es bei ihnen auf besonders „fruchtbaren Boden“ fiel. Wie groß aber auch der Ertrag bei weniger begabten Kindern ist, konnte ich in der Arbeit mit einem geistig behinderten Kind aus meinem privaten Umfeld sehen. Während es in der Schule schon seit Jahren nur Rechnungen im Zahlenraum bis 20 ausführte, lernte es bei mir innerhalb von wenigen Wochen, Zahlen mit beliebig vielen Stellen zu addieren. Dass sein Handeln nicht als stumpfer Mechanismus zu verstehen ist, zeigt seine Antwort auf das von mir konstruierte künstliche Zahlwort „zweiundeinzig“. Mit Hilfe des Abakus fand es heraus, dass damit „zwölf“ gemeint ist.

Was mich sehr verwundert, ist die Tatsache, dass der Abakus trotz mehrerer Anläufe in den vergangenen Jahrzehnten zu seiner Einführung in der Grundschule noch immer ein Schattendasein in der Mathematikdidaktik führt. Was mich hingegen *nicht* wundert, ist das häufig festgestellte Defizit an mathematischem Verständnis bei Schülern an weiterführenden Schulen, denn der Mathematikunterricht scheint bereits in der Grundschule vor allem auf korrektes Rechnen aber nicht auf ein kindgemäßes Begründen desselben ausgerichtet zu sein.

(Literatur entfällt aus Platzgründen)