

Pumucklzahlen am Abakus

Ein Beitrag zum Aufbau des Zahlwortschatzes

M. Johann

Landau, Januar 2002

Zusammenfassung

Der Abakus ist ein Recheninstrument, welches hervorragend dazu geeignet ist, das Rechnen mit Ziffern verständlich zu machen. So konnten in meinem eigenen Unterricht an einer Grundschule die Schüler z.B. schon nach dem dritten Schuljahr alle Grundrechenarten verständlich ausführen¹, so dass ich im vierten Schuljahr sogar Zeit zur Einführung in die Bruchrechnung fand – auch dies mit Abakus. Aber nicht nur normal begabte und starke Kinder machen mit diesem Gerät große Lernfortschritte, auch schwache Kinder erhalten so einen Zugang zum Rechnen, der ihnen sonst oft verwehrt bleibt, wie ich hier am Beispiel eines geistig behinderten Kindes berichte. Darüber hinaus leistet der Abakus auch wertvolle Dienste beim Aufbau des Zahlbewusstseins in der Grundschule, da er die Herstellung von Zahlen im Stellenwertsystem erfahrbar macht. Damit bildet er für das Verständnis der Kinder eine Brücke zwischen den gesprochenen Zahlwörtern einerseits und den geschriebenen Ziffernzahlen andererseits.

Zur Einführung des Schulabakus

Vor einiger Zeit hatte ich die Gelegenheit, einen 14-jährigen Jungen mit Down-Syndrom im Rechnen privat zu unterrichten. Da ich beruflich hauptsächlich in der Ausbildung von Regelschullehrern tätig bin, war diese Aufgabe neu für mich, und ich war gespannt darauf zu sehen, wie ein Kind denkt, dessen geistige Fähigkeiten im Vergleich mit gleichaltrigen Kindern i. Allg. wesentlich geringer einzuschätzen sind. Dieser Junge besuchte eine Sonderschule für geistig Behinderte und hatte bislang nur den Zahlenraum bis 20 kennen gelernt. Mein Ziel war es nun, ihn an das Rechnen mit beliebigen Zahlen aus dem Zehnersystem heranzuführen. Dazu benutzte ich ein Gerät, das ich Schulabakus nenne.

Ein solcher Schulabakus besteht aus drei (oder mehr) voneinander getrennten Feldern (ca. $10 \times 10 \text{ cm}^2$ groß) z.B. aus Teppichflicken oder Kartonplatten sowie einem Vorrat an losem Material wie Streichhölzern, Bohnen oder Steinchen (ca. 100 Stück). Ich legte dem Jungen die Felder in einer Reihe horizontal hin. Dann brachte ich eine Handvoll Steinchen (mehr als 10) in das rechte Feld – ich nenne es hier das erste Feld². Anschließend forderte ich ihn auf, die folgende Handlung genau zu beobachten, da ich sie nicht kommentieren wollte und er sie anschließend nachahmen sollte. Ich zählte nun zehn der Steinchen im ersten Feld

¹s. [Johann/Matros]

²Solange man tatsächlich an diesen Feldern Handlungen vollzieht, ist diese Bezeichnung überflüssig. Sobald man aber über die Handlungen nur noch spricht und sie nicht ausführt (wie in diesem Artikel) erweist sich eine solche Benennung als vorteilhaft

ab, legte diese zurück in den Vorrat und nahm aus selbigem genau eines wieder heraus, um es aber in ein anderes Feld zu legen, nämlich in dasjenige, welches sich links vom ersten befand – ich nenne es hier das zweite Feld. Jetzt war er an der Reihe. Er zählte ebenfalls zehn Steinchen ab und legte diese korrekt in den Vorrat zurück. Jedoch war damit seine Handlung beendet und ich musste ihm in Erinnerung rufen, wie sie fortzuführen war. Er machte noch den einen oder anderen Fehler, wie mir das auch von der Arbeit mit Grundschulern her bekannt ist, aber nach wenigen Versuchen konnte er die Handlung ohne Anleitung durchführen.

In der darauf folgenden Unterrichtsstunde erweiterte ich diese Handlungsregel für ihn, indem ich eine Handvoll Steinchen in das erste *und* in das zweite Feld legte, so dass man auch im zweiten Feld zehn Stück abzählen konnte, um diese sodann durch eines im Feld links daneben – dem dritten Feld – zu ersetzen. Schließlich zeigte ich ihm noch, wie zu verfahren ist, wenn sich auch im (vorläufig) letzten Feld (dem dritten) zehn oder mehr Steinchen befanden: Man fügt ein weiteres Feld hinzu (ein viertes) und ersetzt die zehn Steinchen im Feld davor (im dritten Feld) durch eines, das man in dieses vierte Feld legt. Innerhalb weniger Wochen erlernte er also die Grundregel für die Verwendung des Schulabakus: *Sind zehn Steinchen in einem Feld vorhanden, dann ersetze diese durch ein Steinchen im Feld links daneben.* Sprachlich formulieren konnte er diese Regel übrigens nicht – das war auch nicht notwendig.

Addition am Abakus

Mit der Vermittlung dieser Grundregel war mir ein großer Schritt hin zum Rechnen am Schulabakus gelungen. Denn im Vergleich dazu ist z.B. die Addition zweier Zahlen des Zehnersystems nur ein Klacks. Am einfachsten sieht man dies an einem Rechenbeispiel: Um die Summe $262 + 53$ zu bilden, legt man jede der beiden Zahlen stellengerecht am Abakus (s. Abb. 1). Danach fasst man in jedem einzelnen Feld die Steinchen zusammen und wendet die Grundregel des Schulabakus an: Im ersten Feld befinden sich 5 Steinchen. Im zweiten Feld befinden sich 11 Steinchen, wovon 10 durch eines im dritten Feld zu ersetzen sind. Ein Steinchen bleibt also im zweiten Feld liegen. Somit befinden sich im dritten Feld insgesamt 3 Steinchen, welche nicht weiter zu ersetzen sind, und damit ist 315 die Summe von 262 und 53.

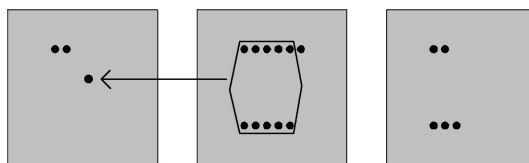


Abbildung 1: $262 + 53$

Wie selbstständig mein Schüler beim Addieren solcher Zahlen war, berichtete mir seine Mutter: Er benutzte zuhause ein Computer-Lernprogramm wie es auch in seiner Schule verwendet wurde. Aufgrund meines Unterrichts konnte er jetzt auch den Themenbereich „schriftliche Addition“ dieses Programms bearbeiten. Dazu legte er sich den Schulabakus neben den Computer, löste daran die vom Programm vorgegebenen Aufgaben und tippte anschließend sein Ergebnis ein.

Was sind und was sollen Pumucklzahlen?

Eine weitere beachtliche Leistung, die er eigenständig vollbrachte, fiel mir im Zusammenhang mit der Benennung von Abakus-Zahlen durch Zahlwörter auf, und führte mich zur Bildung systematisch verfremdeter Zahlwörter, die ich „Pumucklzahlen“ nenne. Um die Zahlen, die am Abakus gelegt werden oder beim Rechnen daran entstehen, benennen zu können, zeigte ich meinem Schüler anhand einiger Beispiele das allgemeine Vorgehen bei dreistelligen Zahlen. Ich legte also z.B. die Zahl 342 am Abakus und nannte das zugehörige Zahlwort „dreihundert-zwei-und-vierzig“, wobei ich mit dem Finger auf die entsprechenden Felder am Abakus zeigte (drittes, erstes, zweites Feld). So gesehen hätte es mich nicht überraschen dürfen, dass er die Zahl 302, die im Laufe des Unterrichts einmal vorkam, mit „dreihundert-zwei-und-nullzig“ benannte. Angeregt durch diese Verfremdung eines bekannten Zahlwortes, begann ich selbst, auch andere Zahlen in diesem Sinne zu verfremden: 23 hieß danach „drei-und-zweizig“. Mein Schüler sträubte sich jedoch dagegen, dieses Wort auszusprechen.³ Ich versuchte es daher umgekehrt: Das verfremdete Zahlwort wurde von mir genannt, und er sollte das passende konventionelle Zahlwort angeben. Auf „dreiundzweizig“ antwortete er „dreiundzwanzig“, auf „siebenundeinzig“ antwortete er „siebzehn“ und zu „zweiundeinzig“ nannte er das Zahlwort „zwölf“.

In meiner Grundschulklasse (zweites Schuljahr) widmete ich diesen Pumucklzahlen wenig später eine ganze Unterrichtsreihe. Das Ziel dieses Unterrichts war es, bei den Schülern ein bestimmtes Verständnis für den Aufbau der Zahlwörter von zwanzig bis hundert zu schaffen. Denn das Verständnis für Zahlwörter, das Kinder in die Schule mitbringen, ist nur auf die Verwendung der Zahlwortreihe zur Anzahlbestimmung beschränkt. Insofern kommt den einzelnen Zahlwörtern aus kindlicher Sicht keine andere Bedeutung zu als den Wörtern in so manchem Abzählreim (z.B. „Enne, denne, fenne, ...“⁴). Ein wesentlicher Unterschied besteht folglich nur in der allgemeinen gesellschaftlichen Akzeptanz der herkömmlichen Zahlwörter.

Das war aber historisch betrachtet nicht immer so. Unsere Zahlwörter wurden nämlich ursprünglich gar nicht zum Zählen benutzt und waren dazu auch nicht geeignet. Die ersten Zahlwörter, die gebildet wurden, waren vermutlich Bezeichnungen von Dingen oder Mengen mit typischer Anzahl. So werden z.B. im Sanskrit neben dem Wort „eka“ (eins) mit gleicher Bedeutung Wörter verwendet, die wir in anderem Zusammenhang mit „Erde“, „Mond“ oder „Vater“ übersetzen. Unser Wort „fünf“ hat die gleichen sprachlichen Wurzeln wie die Wörter „Faust“ und „Finger“ und bezeichnete demnach die Gesamtheit der Finger einer Hand. Die Zahlwörter wurden vermutlich auch nicht Schritt für Schritt erfunden (erst „eins“, dann „zwei“ usw.), sondern in größeren Sprüngen. Und erst nachdem die verbliebenen Lücken durch weitere Zahlwörter geschlossen waren, bestand die Möglichkeit mit diesen Objekten so zu zählen wie wir es gewohnt sind. Im Laufe der Zeit fiel dann die ursprüngliche Bedeutung der Zahlwörter einem kollektiven Vergessen anheim, und übrig blieb nur ihre feste Reihenfolge.

Durch den Unterricht in der Grundschule werden die Kenntnisse und Fer-

³In diesem Falle kannte er schon das konventionell richtige Zahlwort.

⁴Ein Abzählreim, der mir durch mündliche Überlieferung bekannt ist. Die Quelle und der Kontext dieses Reims sind mir aber unbekannt, und ich wäre über jeden Hinweis dazu sehr erfreut.

tigkeiten der Kinder in Bezug auf das Zählen mit der Zahlwortreihe gefestigt und erweitert (Rückwärtszählen, Weiterzählen, Zählen in größeren Schritten usw.). Darüber hinaus lernen die Kinder Ziffernzahlen als schriftliches Pendant zu den gesprochenen Zahlwörtern kennen. Doch während man sich intensiv bemüht, den Aufbau der Ziffernzahlen im Zehner-Positionssystem den Kindern verständlich zu machen, bleiben solche Bemühungen bezüglich des Aufbaus der gesprochenen Zahlwörter i. Allg. aus. Durch die Begegnung mit systematisch verfremdeten Zahlwörtern wie den Pumucklzahlen wird nach meiner Erfahrung das Interesse von Kindern genau auf diesen Aspekt – die inhaltliche Bedeutung der Zahlwörter – gelenkt.

Die vermittelnde Funktion des Abakus'

Um mit den Schülern in der Grundschule den Aufbau der Zahlwörter zu analysieren, ließ ich sie zunächst das Zahlwort „fünfundvierzig“ in die hörbaren Bestandteile „fünf“, „und“, „vier“ sowie „zig“ zerlegen. Der Ausdruck „zig“ war ihnen zwar schon von anderen Wortzusammensetzungen her bekannt („zimal“, „zigtausend“, usw.), aber sie wussten erwartungsgemäß nicht, dass dieser Ausdruck ein altes Wort (indogermanischen Ursprungs) für „Zehner“ ist. Mit diesem Wissen ausgestattet, übersetzten sie „fünfundvierzig“ in „fünf – und vier Zehner“. Nun war den Schülern aber rätselhaft, worauf sich dieser unvollständige Satz beziehen könnte. Denn an der zugehörigen Ziffernzahl waren keine Zehnerbündel zu sehen. *Ziffern kann man eben nicht bündeln!* Am Abakus hingegen ist die Interpretation dieses Ausdrucks (fünf – und vier Zehner) offenkundig: Wenn „fünfundvierzig“ Steinchen im ersten Feld liegen, dann lassen sich daraus vier Zehnerbündel herstellen und fünf Steinchen bleiben liegen. Darüber hinaus legt das Ergebnis der Handlung am Abakus auch die Zifferschreibweise nahe: 5 Steinchen bleiben im ersten Feld liegen, und 4 Steinchen kommen ins zweite Feld, um die entsprechenden Zehnerbündel aus dem ersten Feld zu ersetzen. Im Hinblick auf diese Interpretation der Zahlwörter am Abakus wäre es sinnvoll, das zweite Feld als „Zig-Feld“ zu bezeichnen und nicht wie üblich als „Zehner“. Die Bezeichnung *Zig-Feld* ist beim Übersetzen einer Zahl, die am Abakus liegt, in unsere Zahlwortsprache viel hilfreicher!

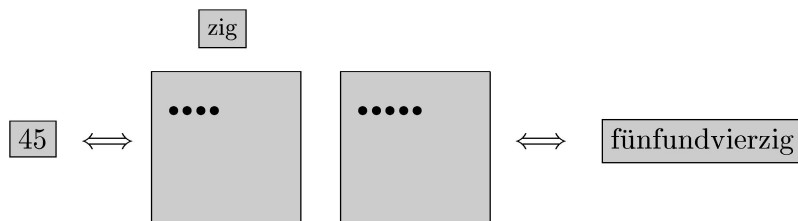


Abbildung 2: Vermittelnde Funktion des Abakus'

Nach diesen Überlegungen ist m.E. recht klar, wie es meinem Schüler mit der geistigen Behinderung gelang, eine Pumucklzahl wie „zweiundeinzig“ in das konventionelle Zahlwort „zwölf“ zu übersetzen: Dem Ausdruck „zweiundeinzig“ konnte er nämlich entnehmen, dass zwei Steinchen in das erste Abakusfeld

kommen und eines in das zweite Feld – das Zig-Feld. Anschließend ersetzte er in Gedanken jedes Feld durch eine Ziffer, welche die Anzahl der Steinchen in diesem Feld angab, und gelangte so zur einer Ziffernzahl, mit der er bislang das konventionelle Zahlwort „zwölf“ verband.

Literatur

[Duden] Duden, *Etymologie, Herkunftswörterbuch der deutschen Sprache*, Mannheim, 1989

[Ifrah] Ifrah, George, *Universalgeschichte der Zahl*. Frankfurt/Main 1991

[Johann/Matros] Johann, Michael und Matros, Norbert, *Wechselspiele – Kreatives Rechnen am Schulabakus*. Landau/Pfalz, 2001

Dr. phil. Michael Johann
Universität Koblenz-Landau, Abt. Landau
Institut für Mathematik
Im Fort 7
76829 Landau

www.schulabakus.de