Norbert Matros (2006)

„Bildungsstandards“

oder

„Des Kaisers neue Kleider“

Inhalt:

Es handelt sich um den Beschluss der KMK vom 15.10.2004 (veröffentlicht im Juni 2005), der Bildungsstandards im Schulfach Mathematik für den Primarbereich (Ende 4. Schuljahr) festgelegt hat. Wir wollen zeigen, dass sich dieser Beschluss hinsichtlich der Absicht, Bildung im Fach Mathematik zu ermöglichen, nicht einmal auf dem Niveau bewegt, das vor gut 30 Jahren bereits Lehrpläne der BRD – erfolglos – aufzuweisen hatten. Die Bildungskommission hat in der Tat nichts Neues zustande gebracht, obwohl die Standards als „neu“ bezeichnet werden. In einem Rankenwerk hochtrabender, teils wirrer Kommentare wird bisherigen Lernzielen das neue Etikett „Bildungsstandard“ aufgeklebt, nicht weil diese jetzt bildungsträchtig wären, sondern weil man für das, worauf man sich bundesrepublikweit geeinigt hat, einen neuen Namen brauchte, um zugleich die neu entfachte Bildungsdiskussion hinterrücks wieder abwürgen zu können. Der KMK-Beschluss wurde für das Schuljahr2005/06 in allen Bundesländern verbindliche „Grundlage für den Unterricht“. Die Tatsache, dass er von Lehrern entweder noch gar nicht zur Kenntnis genommen oder wegen „Unlesbarkeit“ ad acta gelegt wurde, verweist die Zweckdienlichkeit der (für und ab 2007) angestrebten regelmäßigen Kontrollen der Schulen durch überregionale Tests und die Absicht, Mathematikunterricht in der Primarstufe dadurch zu verbessern, schon jetzt ins Reich der Illusionen. Man kann sagen: Der Bart ist ab. Aber nichts macht die empirische Pädagogische Psychologie heute lieber, als Schlüssel, deren Bart abgebrochen ist, mit entsprechend hintergründiger Beredsamkeit eifrig in Schlössern herumzudrehen, um schließlich doch noch offene Türen einzutreten. Wenn die Klieme*-Expertise, die dem Beschluss als Grundlage diente, die Forderung erhebt, Lehrer müssten entsprechend ausgebildet werden, damit die Bildungsstandards „implementiert“ werden können, so sind diese das erstens gar nicht wert, zweitens ist die Möglichkeit dafür durch den jahrzehntelangen Mangel an intensiver fachdidaktischer Ausbildung der Grundschullehrer längst verscherzt und durch das angestrebte Bachelor- und Masterstudium auch in den nächsten 30 Jahren nicht auf den Weg zu bringen. Ein Grundschullehrer (1 bis 6) braucht kein Studium der wissenschaftlichen Mathematik und schon gar keines, das sich zwar so nennt, aber über einen mitleidigen, akademischen Nachhilfekurs zur Aufarbeitung unbewältigter gymnasialer Vergangenheit nicht hinauskommt. Der Bildungsmangel setzt sich an den Hochschulen wacker fort.*
Kurz: Mit den genannten Bildungsstandards hat man wieder ein Laufband erzeugt, auf dem sich viele diensteifrig bewegen werden, ohne von der Stelle zu kommen.

1.) Mathematik und Bildung

Einst waren es der Sputnik-Schock und die Studentenrevolten, jetzt sind es der PISA-Schock bzw. OECD-Studien, die deutschen Bildungspolitikern ein wenig Bange machen. Deshalb hat die Ständige Konferenz der Kultusminister seit 2002 Kommissionen eingesetzt mit dem Auftrag, „Standards für den Mittleren Schulabschluss in den Fächern Deutsch, Mathematik und erste Fremdsprache" zu entwickeln bzw. „weiter zu entwickeln". Es gab über- und untergeordnete Kommissionen: Die ersten legten fest („Steuerungsgruppe"), worum sich die zweiten kümmern sollten („Arbeitsgruppen"). Als Vorgabe versuchte man zu klären, was Bildungsstandards sind, was Kompetenzen, Kompetenzmodelle und Kompetenzbereiche sind, was Standardbereiche und Anforderungsbereiche sind, wie Bildungsstandards theoretisch zu entwickeln und praktisch zu „implementieren" sind (von lat./engl. implementation = Verwirklichung, Erfüllung). Es blieb beim kümmerlichen Versuch, obwohl viel dafür getan wurde, Deutsch als eigenständige Sprache auszumärzen (vielleicht mit e gefällig?) oder doch zu verunstalten. Auch mit den Übersetzungen aus dem Englischen in der KLIEME-Expertise ist es nicht geheuer (z.B. heißt es da „Identifikation einer Verbindung" statt „Erkennen eines Zusammenhangs" u.dgl.m.). Das hat sich auf die untergeordneten Kommissionen entsprechend ausgewirkt. So ließ sich auch die Kommission, die sich mit den „Bildungsstandards im Fach Mathematik" für die Grundschule zu befassen hatte, generell nicht lumpen, alten Wein in neue Schläuche zu gießen.

Die Enttäuschung des Lesers fängt schon bei Punkt 1 (S. 6) an. Vielversprechend tönt die Überschrift vom „Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung". Danach wird unermüdlich „gegründelt": Man beschwört „grundlegende Bildung" (was ist das?), „mathematische Grundbildung" (was ist das?), „positive Grundhaltungen zum Fach" (genügen nicht Haltungen?), „Grundlagen für das Mathematiklernen in den weiterführenden Schulen" (wo bleibt der Eigenwert der Grundschule?), „Grundlagen für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematischen Anforderungen des täglichen Lebens" (noch auf der Pflegestation des Seniorenwohnstiftes?) zusammen mit „Freude an der Mathematik und Entdeckerhaltung" (warum gerade hier?) – kein Sterbenswort dazu, was bzw. wie Mathematik zur Bildung beitragen könnte. Geschickt wird zweigleisig gefahren: Zentrale Leitideen der Mathematik sind im Unterricht zu entwickeln! Weshalb sind solche zentralen Leitideen eine notwendige Bedingung für Bildung? Es wird einfach behauptet, die seien „von fundamentaler Bedeutung" (S. 8); man kann schließlich nicht dauernd nur von „grundlegend" reden. Und das zweite Gleis: Es kommt darauf an, *wie* Mathematik unterrichtet wird. Dafür bieten angeblich die „allgemeinen mathematischen Kompetenzen" das Allheilmittel. Großartig! Man ist nur verblüfft, dass diese Kompetenzen durch den Unterricht erst „erworben" werden sollen. Und wie unterrichtet man *diese* wiederum, damit Mathematik zur Bildung gehörig beiträgt? Ganz einfach: *„Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen."* Das besagt gar nichts. Und entsprechend nichtig ist auch der Unterricht. Man könnte ja auch fordern: Der *Musikunterricht* der Grundschule greift frühe *musikalische* Alltagserfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt aus ihnen grundlegende *musikalische* Kompetenzen. Das passt für jedes Schulfach. Woher will man aber wissen, was mathematische Früherfahrungen sind? Etwa das Gehen – Schritt folgt auf Schritt, wie beim Zählen Wort auf Wort? Oder vielleicht schon das Saugen an der Mutterbrust – als köstliche geometrische Grunderfahrung? Wie neidisch blicken doch die anderen Schulfächer auf die Mathematik, weil es keine einzige menschliche Erfahrung zu geben scheint, die nicht „mathematisch" wäre. Also stimmt es, was man allemal von Lehrern nach vollbrachter Tat zu hören bekommt: „Die Kinder haben schon alles *mitgebracht*." Und damit rechtfertigt man z.B. das Verlassen der konkreten Handlungen mitsamt der Bedeutungshaltigkeit der Zahlen und des Rechnens. Lehrer sind weitgehend nicht in der Lage, Handeln, Vorstellen und Denken im Hinblick auf die Entstehung von Mathematik didaktisch zu analysieren und auszuwerten; auch das KMK-Papier zeigt diesbezüglich in den „Aufgabenbeispielen" wenig Kompetenz. Statt deutlich zu fordern, dass das Entwickeln von Mathematik in der Grundschule einschließlich dem 6. Schuljahr stets vom Konkreten (lies: Handfesten, Handhabbaren) und von Zahl*bedeutungen* seinen Ausgang zu nehmen habe und das Absehen von solchen Bedeutungen im Übergang zu *syntaktischen* Kompositionsregeln mit Bedacht und Muße zu geschehen habe, nimmt man auch weiterhin von diesem *Übergang* keine Notiz, weil man ja jetzt immer „in Kontexten rechnen" wird (wie es das KMK-Papier fordert).

Oder denken wir an das Zählen mit Zahlwörtern, das Kinder ja auch „schon mitbringen" – zum Leidwesen mancher Zählgegner vielleicht eine „mathematische Früherfahrung". Jedenfalls werden die Zahlwörter gleich mal auf die Folge „eins" bis „fünf" eingeschränkt, obwohl man dafür überhaupt keinen Grund findet, wenn man Fingerzahlen ablehnt. Vielleicht schränkt man auch zunächst ein, um daraufhin gleich mal die erste Erweiterung (vielleicht ist es sogar eine Vertiefung) vornehmen zu können, indem zu den ersten fünf Zahlwörtern die Ziffern dargeboten werden. Hierbei fiel den Kindern früher das Vertiefen sichtlich leichter, weil sie die Ziffern in die Schiefertafel kratzen konnten. Da hörte der Lehrer schon am Kratzgeräusch, ob die 5 in zwei Ansätzen (also „richtig") geschrieben wurde oder nicht. Heute hat er die Mühe, jedes Kind hierbei eigen-äugig zu überwachen. Und was für Mühen muss man aufwenden, um die Legastheniker herauszufischen, die der Ziffer 1 die Schnauze als Schwanz anhängen wollen. Um Himmels willen, nichts Falsches einschleifen! In solchem Falle wird mit Nachdruck gefordert: So wird es gemacht und nicht anders! Und da haben wir auch schon die erste grundlegende mathematische Kompetenz „entwickelt": Die Kinder können die Ziffern von 1 bis 5 korrekt schreiben und lesen. Vorsichtig schreitet man dann voran. Aber bald schon hält es keinen Lehrer mehr – er muss die erste VERONICA-Aufgabe formulieren: *Was bedeutet die Ziffer 6? Schneide ein passendes Foto aus der Bildzeitung und klebe es hier auf!* (Apropos: „VERONICA" ist natürlich eine Abkürzung für das jüngste globale Forschungsprojekt der Pädagogischen Psychologie zur „***V***iagrisierung der ***ero***tischen ***N***eophobie bei ***i***rreversibler ***c***erebraler ***A***gonie". – Je schöner die Abkürzung, desto sicherer die Zuschüsse!) Kein Gedanke daran, dass man mit den Ziffern den Kindern vielleicht „Steine statt Brot" gereicht haben könnte. Auch nicht schlimm; schließlich vertiefen Steine besser als Brot, und Krümel gibt es auch keine. Wenn man es aber mit dem Vertiefen ernst meinen sollte, müsste man das Zahlverständnis der Kinder *trotz ihrer Vorkenntnisse* neu aufbauen, um sicher zu sein, dass sich ihre Vorkenntnisse organisch in die vom Unterricht intendierte Entwicklung des Zahlbewusstseins einfügen. Aber was ist denn schon in dieser Hinsicht von der Grundschule beabsichtigt? Man weiß ja gar nicht, was man hier zu tun hätte; und das ist ganz konform mit den Vorstellungen HEYMANNS (Allgemeinbildung und Mathematik, S. 174), der – wie viele andere auch – meint, die Abstraktion von einer Menge konkreter Objekte zur „Anzahl" dieser Objekte sei eine Selbstverständlichkeit und bedürfe keiner Reflexion. Das heißt: Um Zahlverständnis braucht sich die Grundschule nicht zu kümmern. Ganz konsequent werden im KMK-Beschluss *Zahlen* als Bildungsstandard nicht erwähnt, sondern nur Zahl*darstellungen*. Was sich also bezüglich des Verstehens von Zahlen im Kopfe der Kinder ereignet, darf die Grundschule wie eh und je auch weiterhin dem Schicksal überlassen. Der KMK-Beschluss hat ihr die Inkompetenz zumindest in dieser Hinsicht durch entsprechende Lücken bescheinigt. Und auf diesem „Sumpf" will man mathematische Bildung erreichen?

Was ist neu an der Forderung, das Mathematiklernen in der Schule dürfe „nicht auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten reduziert werden"? Ziel müsse vielmehr „die Entwicklung eines gesicherten *Verständnisses* mathematischer Inhalte" sein (S. 6). Seit dem 18. Jahrhundert haben Schul-Visitatoren (ob Pfarrer oder fürstliche Beamte) bei Lehrern zunehmend angemahnt, die Förderung wirklichen Verstehens zu beachten. Dafür bemühten Methodiker einerseits die „Anschauung“, andererseits die „Abstraktion“, bis schließlich bei UNGER (1881) die zugespitzte Forderung erscheint, *Hauptbeschäftigung* im Rechenunterricht dürfe nicht das Einüben von Regeln sein (seien sie dem Schüler vorgegeben oder von ihm selber gefunden), sondern *das Suchen solcher Regeln durch den Schüler selbst.* Gut hundert Jahre später liest sich das so (im Lehrplan NRW von 1974): „Der Mathematikunterricht will auf seine Weise einen Beitrag zur Entwicklung der kreativen geistigen Möglichkeiten leisten; darin ist als wichtiges Teilziel die Entwicklung rechnerischer Fähigkeiten und Fertigkeiten eingebettet.“ Oder in einem Lehrbuch zur Fachdidaktik von 1974: „Die Arbeit im Unterricht soll sich nur *graduell*, nicht aber *prinzipiell* von einer breit orientierten mathematischen Forschung unterscheiden.“ Damit war also nicht Forschung „an vorderster Front“ gemeint. Die Fachdidaktik ließ mit solchen Forderungen den Lehrer auch nicht einfach im Regen stehen. Sie hat reichlich Möglichkeiten zu ihrer Erfüllung aufgewiesen. Aber die Ausbildung der Lehrer an den Hochschulen hat es bis heute nicht fertig gebracht, dass Studierende „mathematisch forschen“ (im Sinne von „persönlich Sachverhalte entdecken und erst dann nachlesen“), um den Kreis zu ihrem eigenen späteren Unterrichten geistig schließen zu können. Die Art wie Mathematik an Hochschulen (auch in den Lehramtsstudiengängen) gelehrt wird, ist geradezu ein *didaktisches Betäubungsmittel*. Nach wie vor überwiegt auch hier das Prinzip: „Schluck das Vorgekaute runter – kotzen kannst du später.“ Insbesondere waren Grundschullehrer (aber nicht sie allein) aufgrund mangelhafter Ausbildung nicht in der Lage, die besagten Forderungen einzulösen, nicht einmal für das Rechnen. Es blieb spärlichste Ausnahme, dass Mathematiklehrer sich um das bemühten, was Lehrpläne ihnen im Vorspann (Präambel) auferlegten (die KLIEME-Expertise übersieht solche Präambeln völlig, weshalb sie irrend meinen kann, die Bildungsstandards würden sich von der Kleinschrittigkeit von Lehrplänen günstig abheben). So forderte der Lehrplan RHPF 1984 im Vorspann: „Dem Schüler soll die Möglichkeit eingeräumt werden, sich aktiv an der Suche nach Lösungen zu beteiligen. Dabei müssen Irrwege der Schüler angemessen berücksichtigt werden. Ein eng auf Inhalte ausgerichteter Unterricht läßt wenig Spielraum zum selbständigen Entdecken und Erfinden.“ Und heute fordert man dasselbe, ausgeweitet auf „mathematische Inhalte“, und proklamiert blauäugig, Verständnis könne erreicht werden, wenn man „allgemeine mathematische Kompetenzen“ fördert. Mal sehen.

2.) Was sind (lt. KMK-Papier) *allgemeine mathematische Kompetenzen*?
Als solche werden fünf genannt: *Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren, Darstellen.* Da wähnt man sich gleich in anderen Fakultäten: Philosophie, Theologie oder Bildende Kunst. Aber immerhin werden diese fünf sogen. Kompetenzen in jeweils drei bis vier Unterpunkten erläutert („konkretisiert“). Dabei zeigt sich deren Überschneidung; vor allem scheint sich das Problemlösen in die vier anderen Kompetenzen aufzufächern, so dass man diese gar nicht extra anzuführen bräuchte. Es wurde auch schon im Voraus gesagt, dass alle Kompetenzen „untrennbar aufeinander bezogen“ sind (S. 6). Und zur Beruhigung erfährt man, dass mit dem schönen Ausdruck „Modellieren“ einfach Sachrechnen gemeint ist.
Wir vergleichen damit, was der Lehrplan NRW von 1974 unter dem Titel „allgemeine fachspezifische Fähigkeiten“ als „allgemeine Lernziele“ gefordert hatte: *argumentieren (1), sich kreativ verhalten (2), mathematisieren (3)*. Damit war im Wesentlichen gemeint, der Mathematikunterricht solle dem Schüler die Möglichkeit bieten, **an Zahlen, Größen und Formen selber (subjektiv) regelhafte Zusammenhänge zu erkunden (2), sie an Beispielen (intersubjektiv) zu prüfen bzw. (nach Möglichkeit objektiv) zu begründen (1) und auf das eigene und das gemeinsame Verhalten in Sachsituationen anzuwenden (3)**. Darin waren alle fünf im KMK-Papier genannten „allgemeinen mathematischen Kompetenzen“

aufgefangen, unter anderem das „Modellieren“ im „Mathematisieren“. Gleichwohl war „mathematisieren“ ein viel zu weiter Ausdruck, um nur das Sachrechnen damit zu meinen. Er war außerdem sehr gestelzt: Der Philosoph philosophiert, der Musiker musiziert, der Jurist „jurisprudenziert“, der Biologe ..., der Physiker ... – da sieht man, wohin solche Wortschöpfungen führen: Da bräuchte man in der Tat nur noch das Mathematisieren zu fordern; denn da steckt alles drin, ob argumentieren oder kreativ sein oder Probleme lösen oder sonst etwas. Positiv war jedoch, dass Argumentieren und Problemlösen nicht unsinnig auseinandergerissen wurden. Das Argumentieren vom Problemlösen zu trennen, kann sich keine Wissenschaft leisten, offensichtlich leistet sich das aber die Politik (und nicht nur die Bildungspolitik). Die drei genannten Forderungen betrafen ein im Mathematikunterricht anzustrebendes *allgemeines Lernverhalten;* fraglich blieb jedoch, was sie mit *fachspezifischen* Fähigkeiten zu tun haben, wenn man vom Mathematisieren einmal absieht. Das Fachspezifische erscheint immer erst mit den Inhalten, die wir hier mit „Zahl, Größe, Form“ grob umrissen haben.
Den genannten drei allgemeinen Forderungen stellte man ehedem noch fachspezifische geistige Grundfertigkeiten, kurz „fachspezifische Grundtechniken“, zur Seite: *klassifizieren, ordnen, generalisieren, analogisieren und formalisieren*. Damit hatte man versucht, die Denkweisen zu erfassen, die vom Schüler geleistet werden müssen, um im Rahmen der drei obigen Forderungen sein Lernverhalten zu realisieren. Freilich stellte sich hierbei wiederum die Frage, ob es sich tatsächlich um *fachspezifische* Denkweisen handelt. Wenn diese aber von der jetzigen Bildungs-Kommission vielleicht aufgrund dieser Fragwürdigkeit gänzlich außer Acht gelassen wurden, so hätte man das konsequent in anderen Fällen auch tun müssen. Wie wichtig nämlich diese sogen. Grundtechniken sind, lässt sich daran ermessen, dass es möglich ist, sie als unterschiedliche Arten von *Abstraktion* zu betrachten, die entscheidend am Zustandekommen von *Verständnis (Verstehen)* beteiligt sind. Auch darum geht es ja zumindest dem Wortlaut nach in dem Beschluss der KMK. Bei keiner Abstraktionsart gelingt es, sie als spezifisch bzw. als hinreichend für mathematisches Denken nachzuweisen; deshalb sollte man hier auch nicht von fachspezifischen Fähigkeiten oder Fertigkeiten reden. Andere Fächer können sie ebenfalls für sich in Anspruch nehmen. Und dasselbe gilt für die im KMK-Papier angeführten allgemeinen mathematischen Kompetenzen. In jeder Abstraktionsart liegt kreatives Verhalten, so dass man das nicht eigens zu fordern braucht; das gilt ebenso für das Argumentieren (das im Generalisieren seine Wurzeln hat) und für das Mathematisieren (das aller Abstraktionsarten bedarf). Da steckte also schon um 1970 in den allgemeinen Lernzielen gewaltiger Zündstoff für weitere Überlegungen und klärende Unterscheidungen, aber auch bereits ein riesiges didaktisches Potential, das es erst einmal zu realisieren gegolten hätte. Aber unter dieser Last brach die Mehrzahl der Grundschullehrer zusammen (bis heute). Jetzt bewegt man sich mit dem KMK-Papier erkennbar auf weitaus dünnerem Eis, versteigt sich aber zu der Prognose, wenn das Problemlösen, das Modellieren etc. im Unterricht eine zentrale Stellung erhalten, „wird es besser gelingen, die Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung der Kinder zu fördern und weiter auszubauen“ (S. 6). Nun predigten das gleiche fast alle Lehrpläne seit gut 30 Jahren in ihren Präambeln – wirkungslos. Aber heute stemmt man die Hände in die Hüften und sagt, es wird besser gelingen. Warum sollte das zu erwarten sein? Was berechtigt denn zu der Annahme, dass es die Grundschullehrer jetzt schaffen werden, den Unterricht so zu gestalten, dass Mathematisches und alles zu ihm Hinführende *aus dem Denken der Kinder aktiv hervorgehen kann?* Das Problemlösen wird auch weiterhin nicht eingesetzt werden, um Mathematik zu *entwickeln*, sondern es wird in die Rätselecke (lies: Knobelaufgaben) verbannt bleiben, angeblich um „logisches Denken“ zu fördern. Keine Spur von Logik in solchen Aufgaben; ihre Autoren wissen nicht einmal, was das ist, sondern verwechseln unbeirrt Kausal- oder Zweckdenken mit Logik. Folglich wird man auch weiterhin über die schlechten Leistungen im Sachrechnen jammern. Zwar war früher unmissverständlich „problemorientierter Unterricht“ gefordert; Mathematik müsse als

Tätigkeit des Problemlösens gelernt werden. Aber man war doch so vorsichtig, Problemlösen nicht als mathematische Kompetenz anzusehen, die als Lernziel anzustreben wäre. Man wusste eben, dass dies keine solche ist, sonst würden nicht Spitzenmathematiker lebenslänglich vor gewissen Problemen versagen. Niemand macht ihnen deshalb Fachkompetenz streitig. Zwar kann man gewisse Vorgehensweisen erlernen, mit denen man ein Problem zu lösen *versucht* (Heuristik). Wenn man mit diesen aber scheitert, muss man sich neue Vorgehensweisen ausdenken, hat also ein neues Problem usw. usw. Kein Mathematiker, der seine Wissenschaft kennt, wird von sich behaupten, er habe gelernt, Probleme zu lösen. Er würde sich auf der Stelle blamieren.

Da war früher vieles gründlicher überlegt als heute: Das Kommunizieren war mit dem Argumentieren (Dialogfähigkeit) aufgefangen, das Modellieren mit dem Mathematisieren und Analogisieren, das Darstellen mit dem Formalisieren. Dennoch: Nichts deutet darauf hin, dass solche Fähigkeiten *lehrbar bzw. erlernbar* sind. Wie will man denn lehren oder lernen, einen Bedeutungszusammenhang oder einen Begründungszusammenhang zu erfassen? Das wusste I. Kant besser: Es geht nicht. Trotzdem beruft sich dummerweise die KLIEME-Expertise darauf, dass solche Voraussetzungen (seit der Aufklärung) nicht als naturgegeben gelten können, sondern im Vollzug erlernbar seien. Und wenn diese Experten in diesem Zusammenhang von „Unentscheidbarkeit" reden, dann bemänteln sie damit auf „sprach-verunfallte" Weise, dass sie nicht viel von der Sache verstanden haben; denn dass der Mensch bereits durch seine Wahrnehmung abstrahiert und dies nicht lernen kann, das wusste schon Aristoteles Wenn man allerdings diese Fähigkeiten als „kommunizieren, modellieren und darstellen" durch die Wortwahl geradezu verharmlost, kann man auch mit Hegelscher Dialektik den Kopf aus der Schlinge ziehen: *„Allgemeine mathematische Kompetenzen zeigen sich in der lebendigen Auseinandersetzung mit Mathematik und auf die gleiche Weise, in der tätigen Auseinandersetzung, werden sie erworben." (S. 7)* Staunenswerte Weisheit! Da gibt es also die Mathematik, dann setzt man sich mit ihr auseinander; dabei *zeigt* man seine allgemeinen mathematischen Kompetenzen (besitzt sie also schon) und *erwirbt* sie auch gleichzeitig (besitzt sie also vorher noch nicht?). Da hilft auch kein Goethe-Zitat mehr. Wer das nicht kapiert, dem kann man erklären, das sei wie beim Skifahren; das lernt man auch durch Skifahren. Und man muss ja die Fähigkeit haben, Ski zu fahren, sonst kann man nicht lernen, Ski zu fahren. Aber der Vergleich hinkt: Er reicht nur bis zur (Derbolav'schen?) „Auseinandersetzung"; man muss sich auseinandersetzen können, um zu lernen, sich auseinanderzusetzen. Und man muss schon Mathematik können, um Mathematik zu lernen. Wozu eigentlich noch die Kompetenzen?

Was ändert sich denn am Argumentieren, wenn man es des öfteren betreibt? Geht es leichter, schneller, sicherer, freudiger usw. vonstatten? Wenn das so wäre, bräuchte man dem Lehrer nur eine Ölkanne in die Hand zu drücken. Nein, wir wissen bis heute nicht, was zu tun ist, wenn ein Kind einfach nicht generalisiert oder wenn es nicht fähig ist, Gleiches aufgrund gleicher Bedingungen wieder zu erwarten. Wir sind ohnmächtig, diesen „ratiomorphen" bzw. „rationalen Apparat" zu installieren oder von außen zu beeinflussen. Denken kann der Mensch nicht lernen, aber er kann und muss lernen, sich seiner Abstraktionsfähigkeiten *in kritischer Distanzierung bewusst* zu werden, um nicht ihren (ratiomorphen) Mechanismen zu verfallen (siehe z.B. unkritisches Verallgemeinern; unkritisches Vermuten usw.). Man kann also auch davon ausgehen, dass *diese Fähigkeiten keine allgemeinen Lernziele* sind, und statt dessen als einzig berechtigtes allgemeines Lernziel *die Steigerung der reflektierenden Urteilskraft* (ganz im Sinne Kants) beim Einsatz aller Abstraktions-Fähigkeiten fordern.

Federführend bei dem oben genannten Lehrplan NRW 1974 war H. WINTER, der bereits 1972 (in Fortentwicklung der Taxonomien allgemeiner Lernziele von BLOOM und WILSON) veröffentlicht hatte, was man unter „fachspezifischen Fähigkeiten und Grundtechniken" vernünftigerweise verstehen könnte. Es wurde auch kritisch darüber nachgedacht, inwiefern es sich hier um „fachspezifisches" Verhalten handeln sollte, abgesehen vom Mathematisieren

und Formalisieren (s. E. WITTMANN, 1974). Leider zog man auch damals nicht in Zweifel oder wenigstens in Erwägung, ob das denn überhaupt *Lern*ziele sein könnten. Wir beobachten ja bei Kindern immer dann Entwicklungsschübe, wenn sie sich der Kräfte des eigenen Denkens und Wollens bewusst werden und diese in neue Bahnen lenken müssen. Wenn in der Grundschule nicht nur Hochbegabte sondern schon Begabte *unterfordert* werden, liegt das ja nicht daran, dass man sie nicht lehrt, Probleme zu lösen, zu argumentieren, zu kommunizieren usw., sondern dass man nicht einmal in der Lage ist, den Einsatz dieser Fähigkeiten von ihnen zu *fordern.* Dass diese Fähigkeiten bei den Kindern trotzdem nicht verloren gehen, spricht ebenfalls dagegen, dass hier ein Lernen oder Verlernen möglich sei.
Es ist daher doppelt kurzsichtig, von „allgemeinen *mathematischen* Kompetenzen" zu sprechen. Es gibt keine. Was man dafür hält, sind erstens keine *allgemeinen* Kompetenzen, sondern *spezielle* (besondere, spezifische) Und zweitens sind es nicht einfach *mathematische* Kompetenzen. Das Kommissionspapier unterstellt das auf billigste Weise: Um aus den allgemeinen intellektuellen Fähigkeiten „mathematische" zu machen, wird bei ihrer Erläuterung einfach das Adjektiv „mathematisch" nach Kräften bemüht. So wird z.B. das Problemlösen (lt. KMK-Beschluss) dann zu einer mathematischen Kompetenz, wenn man *mathematische Kenntnisse, mathematische Fertigkeiten und mathematische Fähigkeiten bei der mathematischen Bearbeitung mathematischer Probleme mathematisch anwendet*. (Siehe S. 7) Ja, wir haben übertrieben. Aber nicht viel; denn in den Vorgaben an die Unterkommission werden die „allgemeinen mathematischen Kompetenzen" wie folgt aufgelistet: „Mathematisch argumentieren; Probleme mathematisch lösen; mathematisch modellieren; mathematische Darstellungen verwenden; mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen; kommunizieren." Sollte es hier nicht heißen „mathematisch kommunizieren"? Es zeugt von einem naiven Köhlerglauben an die Mathematik, wenn man dem Adjektiv „mathematisch" wahre Wunderkräfte zuschreibt. Noch nicht genug mit „mathematisch"; wir wollen auch zitieren, dass Sachprobleme vom Schüler sogar *„innermathematisch"* zu lösen sind. Irgendwie muss doch „mathematisch" noch zu steigern sein. Solche Pleonasmen sind groß in Mode. So spricht auch die KLIEME-Expertise des öfteren von „interindividuellen Unterschieden"; man weiß nicht, dass schon „unter" (in „Unterschied") „zwischen" (= inter) bedeutet, so dass wir es jetzt endlich mit „zwischen-individuellen Zwischen-schieden" zu tun haben! Ja, „Innerdeutsch" ist schwer, nicht nur für Zuwanderer!
Als sich die Fachdidaktiker vor 35 Jahren mit solchen allgemeinen Lernzielen auseinandersetzten, hatte man noch kurze Zeit die Hoffnung, durch faktorenanalytische Untersuchungen mathematisches Denken charakterisieren zu können. Die Hoffnung wurde begraben; nicht weil man unfähig war, sondern weil es nicht möglich ist, Faktoren zu isolieren, die hinreichend und notwendig sind, um zu sagen, unter solchen Bedingungen sei das Denken „mathematisch". Nichtsdestoweniger sind die Mitglieder der Bildungsstandard-Kommission diesbezüglich bemerkenswert vorsichtig. Man glaubt zwar an „Besonderheiten mathematischen Denkens", die schon in der Grundschule zum Vorschein kommen sollen. Aber andererseits äußert man, dass „allgemeine und inhaltsbezogene Kompetenzen für das Mathematiklernen und die Mathematik insgesamt charakteristisch sind" (S. 6). Hier kann sich der Leser heraussuchen, worauf sich das „insgesamt" bezieht: auf die Mathematik oder auf die Kompetenzen. Beides ist nicht eben aufschlussreich, weil niemand in Zweifel zieht, dass mathematische Inhalte für die Mathematik charakteristisch sind, und weil unberührt bleibt, inwiefern diese Inhalte die allgemeinen Kompetenzen zu mathematischen machen. Aber „diese sind untrennbar aufeinander bezogen" (S. 6). Wenn damit gemeint sein sollte, dass sie an sich unzertrennlich sind, so ist das falsch, weil andere Wissenschaften auch Probleme lösen usw. Und wenn gemeint ist, dass man sie nach ihrer Liierung nicht mehr isolieren kann, so ist das eine Binsenweisheit, weil eben mathematische Inhalte ohne das menschliche Denken nicht als solche erfasst werden.

Es müssten klare Aussagen gemacht werden. Wie modelliert man denn mathematisch? Wodurch wird ein Objekt ein mathematisches Modell der Wirklichkeit? Wird es als solches erkannt oder wird es zu einem solchen gemacht, und wenn, dann wodurch? Es ist einfach zu billig zu sagen, man solle mathematisch modellieren. Und wie argumentiert man mathematisch? Man folgert inhaltlich anhand bereits bewiesener (oder axiomatischer) Aussagen, *womöglich* auch unter Beachtung formaler Regeln. Das müssen nicht immer „logische" Regeln sein; man denke an die deduktive Regel der Vollständigen Induktion, weshalb schon deshalb die Aussage, der Mathematiker würde immer nur „logisch folgern", falsch ist. Strittig ist zwischen verschiedenen „Schulen" durchaus, ob man die logische Regel des „tertium non datur" im Infiniten anwenden darf. Auch Juristen argumentieren nach Regeln (z.B. Gesetzestexten), wonach sogar eine „Vermutung" ein stichhaltiges Argument sein kann, was einem Mathematiker ein Gräuel ist. Deswegen ist aber dieses Argumentieren nicht juristisch, sondern die Regeln, nach denen argumentiert wird und deren Anwendung belegt wird, sind juristisch (Regeln der „Rechtsprechung"), ob fragwürdig oder nicht. Hier besteht natürlich ein Unterschied zu den Regeln, nach denen der Mathematiker argumentiert; aber auch er muss ihre Anwendung belegen und sich diesbezüglicher Kritik aussetzen. Das Argumentieren ist aber – wo immer es vorkommt – ein *Schlussfolgern.* Ausgerechnet die Missachtung des *induktiven* Schlussfolgerns (des Erfassens einer Regelmäßigkeit aufgrund von Einzelfällen) im Mathematikunterricht unterbindet die Möglichkeit des Findens *deduktiver* Beweise durch den Schüler und macht ihre richtige Einschätzung an der Wurzel kaputt. Das KMK-Papier traut sich auch nicht, offen auszusprechen, dass das Erfassen einer Gesetzmäßigkeit zur Fortsetzung eines angefangenen Musters etwas mit Induktion, eventuell auch Abduktion zu tun hat und notwendig zum Argumentieren des forschenden Mathematikers gehört, bis er in der Lage ist, seine Ergebnisse in deduktiver Form darzustellen. Mag es gut und löblich sein, „argumentieren" als allgemeines Lernziel aufzustellen. Wenn man aber meint, das sei eine „allgemeine mathematische Kompetenz", so ist man auf dem Holzweg. Es ist ja auch wiederum keine *allgemeine* Fähigkeit, sondern eine *spezielle*, die der Mensch *universell* einsetzen kann, und zwar *inhaltlich* oder *formal*. Unsinnig ist es daher auch, „allgemeine" und „inhaltliche" Kompetenzen gegenüberzustellen, wie es die Kommission tut, obwohl sie ihre untrennbare Beziehung (S. 6) hervorhebt, als wäre das eine im Himmel gestiftete oder metaphysische Vorgabe. Es gibt ja ein formales und ein inhaltliches Argumentieren. Wenn man weiß, dass eine Relation R transitiv ist, dann darf man aus aRb und bRc formal folgern, dass auch aRc gilt, ohne zu wissen, worum es inhaltlich hier geht. Wenn man aber Würste auf einer Balkenwaage vergleicht und feststellt, dass W_1 leichter ist als W_2 und diese leichter als W_3, dann braucht man nicht mehr weiter zu wiegen, sondern folgert inhaltlich, dass W_3 die schwerste unter den drei Würsten ist. Dazu braucht man das Transitivitätsgesetz nicht zu kennen. Die „alte" Lernziel-Terminologie in Fachliteratur und Lehrplänen war diesbezüglich ebenfalls nicht unbedenklich, aber man hätte das ja verbessern können, statt jetzt dem Geschwätz über Kompetenzen und Standards so auf den Leim zu gehen.

3.) Was ist neu an den *inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen*?

Zahlen und Operationen; Raum und Form; Muster und Strukturen; Größen und Messen; Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit werden genannt. Da ist wiederum inhaltlich nichts Neues gegenüber den „Lerninhalten" des Lehrplans NRW 1974 zu entdecken, der hier vier „Themenkreise" (Natürliche Zahlen, Größenbereiche und Sachrechnen, Ziffernsysteme und schriftliches Rechnen, sowie Geometrie) nannte. In diesen Themenkreisen war (laut Erläuterungen) all das untergebracht, was im KMK-Papier in mitunter merkwürdiger Kombination aufgebläht erscheint. Während der oben gen. Lehrplan klar forderte, dass „Begriffspräzisierungen (z.B. Wahrscheinlichkeitsbegriff) zu vermeiden sind", bleibt das jetzt

offen. Zudem wird der Leser verwirrt: Während in den Grafiken (S. 6, 7 und 8) ganz klar „Zahlen und Operationen" (etc.) als „inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen" deklariert sind, ist plötzlich im Textvorspann S. 8 von *„mathematischen Leitideen"* die Rede. Erst aus der Auflistung unter 3.1. glaubt der Leser zu entnehmen, dass diese Leitideen vielleicht zwischen die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen und die Standards eingeschoben sind. Und jetzt ahnt man auch den Sinn des vorgestellten Satzes, dass „aus den mathematischen Leitideen Standards für die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen abgeleitet" werden. Es ist jedoch erstaunlich, dass z.B. „Rechenoperationen verstehen und beherrschen", „in Kontexten rechnen", „sich im Raum orientieren" heutzutage mathematische Leitideen sein sollen, wo sich doch schon Euklid um Rechnen oder Raumorientierung nicht mehr gekümmert hat. Oder ist gemeint, dass Verstehen und Beherrschen, Erkennen, Beschreiben, Darstellen, Vergleichen, Benennen an sich schon mathematische Leitideen seien? Das können doch auch andere Fächer und Wissenschaften für sich beanspruchen. Und wenn etwa mit „Zahlen und Operationen" keine mathematische Leitidee gemeint ist, so ist wiederum nicht zu begreifen, inwiefern es eine „inhaltsbezogene mathematische *Kompetenz*" sein könnte. Zahlen sind nun einmal keine Kompetenzen. Der Wirrwarr ist perfekt. Oder sollte man das alles anders gemeint haben? Dass nämlich „Zahlen und Operationen" als eine mathematische Leitidee betrachtet werden, und „Zahldarstellungen verstehen" eine mathematische Kompetenz ist, für die dann ein Standard formuliert wird: „Den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen." Zu spät; denn das ist leider ein Standard, der bereits im zweiten Schuljahr erforderlich ist und nicht erst am Ende des vierten.
Mit den mathematischen Leitideen hat man seit der NEW MATH seine liebe Not. Während der Lehrplan NRW 1974 von „strukturellen Leitbegriffen" sprach (Menge, Relation, Abbildung, Verknüpfung) und diese angehenden Grundschullehrern fast ausschließlich als fachbegriffliches Rüstzeug mit auf den Weg gegeben wurden, vermeidet man heute den Ausdruck „Menge" wie die Pest (als wäre das keine mathematische Leitidee, wenn man schon solche will) und versteckt Relationen hinter Zahlbeziehungen, Abbildungen in Mustern, schließlich Verknüpfungen in Operationen und Strukturen. Die damaligen strukturellen Leitbegriffe sollten in der Grundschule ausdrücklich nicht als Begriffe entsprechender Theorien (Mengentheorien, Relationentheorie, Funktionentheorie, algebraische Theorien) verstanden und traktiert werden, sondern als „Instrumente des allgemeinen Denkens" im Mathematikunterricht zum Einsatz kommen, um eine stärkere logische Durchdringung und Vereinheitlichung der Sprechweisen zu ermöglichen sowie die Erschließung von Zahlen- und Größenbereichen zu erleichtern. Für die Grundschule konnte das aber nur bedeuten, dass man mit Kanonen auf Spatzen schießen wollte. Das musste schief gehen. WHITEHEAD hatte vor der damit verbundenen *Esoterik* gewarnt, weil es sich hier um Instrumente eines „tief dringenden Studiums" handle, nicht aber um Instrumente einer allgemeinen Bildung. Er machte den Vorschlag, für den Zweck der Bildung nur die drei hauptsächlichen Ideen heranzuziehen, die der gesamten Mathematik *zugrunde liegen*, nämlich *Zahl, Quantität und Raum* (s. HEYMANN, S. 161). Zweifellos bisher der einfachste und umfassendste Vorschlag. Denn Zahlen, Größen und räumliche Beziehungen schuf und beschrieb der Mensch längst bevor es Mathematik gab. Das *sind* keine Ideen *der* Mathematik; die Mathematik hat sich vielmehr dadurch konstituiert, dass diese vorhandenen Kulturgebilde von wenigen Menschen auf strukturelle Eigenschaften hin studiert wurden und dabei ungeahnte Entdeckungen gemacht wurden, so dass man über drei Jahrtausende hin ein unübersehbares Forschungsfeld vor sich hatte und noch immer vor sich hat. Für diese Erforschung und für die Systematisierung der Forschungsergebnisse entwickelten sich *richtungweisende Gedanken* (Leitgedanken), wie man hierbei systematisch vorgehen könnte, z.B. das „Ausschöpfen" (Exhaustion), das „Annähern" (Approximation), Intervallschachtelungen, unendlich kleine Größen, Grenzwerte, sogen. Gedankenexperimente (Analogien), Beweisführung durch „reductio ad principia" oder „reductio ad absurdum" usw. Viele dieser richtungweisenden Gedanken erwiesen sich auch als *bahnbrechend.* Aber es sind

vornehmlich Gedanken zur Entwicklung von *Methoden;* es sind Prozeduren, die auch zu geistigen Produkten führten. Dagegen erscheint der Ausdruck „Leitidee“ im KMK-Papier lediglich als Lückenbüßer, um nicht von Grob- und Feinlernzielen reden zu müssen. Man bemerkt auch bislang im Mathematikunterricht der Grundschule nichts von richtungweisenden Gedanken. Da wird das Messen so betrieben als sei das kein Näherungsverfahren. Und wenn jetzt „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ *neben* „Größen und Messen“ erscheint, dann ist man offenbar der irrigen Meinung, das eine habe mit dem anderen nichts zu tun. So kann man mathematische Leitideen regelrecht verdunkeln. Mag man „Zahlen und Operationen“ als „mathematische Leitidee“ ansehen, nicht aber das „Verstehen von Zahldarstellungen“. Betrachtet man aber letzteres als eine *Kompetenz*, die zur obigen Leitidee gehört, dann ist nicht einzusehen, weshalb „das Verstehen des Aufbaus des dezimalen Stellenwertsystems“ ein *Standard* sein soll, wo es doch nur eine Spezifizierung der Kompetenz ist, aber kein Qualitäts-Merkmal. „Verstehen“ ist eine subjektive Kompetenz, die hier überhaupt nicht beschrieben ist. Es werden lediglich Objekte des Verstehens genannt. Eigentlich nennt man ja „Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen“ als Kompetenz. Dabei meint man (lt. Aufgabenbeispiel) gar keine Zahlbeziehungen, sondern Beziehungen zwischen Zahldarstellungen, also Zahldarstellungsbeziehungen. Das Wort war wohl zu lang, und die deutsche Sprache ist zu schwer. Wie auch immer, klar ist hier gar nichts. Darstellen und in Beziehung setzen sind Tätigkeiten (ob manuell oder geistig). Aber ist es wirklich so, dass wir Zahlen darstellen, und sollte das eine umfassende Kompetenz sein? Nie und nimmer. Wenn in einem Zoo Elefantenbabys sind, dann stellt man durch die Ziffer 3, durch das Wort „drei“ oder durch das Zeichen ||| dar, wie viele Babys es sind. Eigentlich werden die Babys *in gewisser Hinsicht* dargestellt. Bei den Strichen ist das klar, bei der Ziffer auch; denn um zu verstehen, wie viele kleine Elefanten gemeint sind, muss man (wie beim Wort „drei“) die Ziffernfolge 1,2,3 (oder die Wortfolge „eins, zwei, drei“) rekonstruieren. Und dann haben wir für jedes Baby ein Zeichen vor uns, wie bei den Strichen. Wir wollen nicht auf den Unsinn verfallen, man müsse sich doch irgendetwas *vorstellen*, vielleicht sogar einen *Begriff* von 3 oder „drei“ haben. Was sollte wohl der Begriff von ||| sein? Dann aber genügt es, diese Zeichen selbst als Zahlen aufzufassen; *sie stellen* Zahlen *nicht dar,* sondern sie *sind* Zahlen. Es gibt demnach auch keine Kompetenz, Zahlen darzustellen, wohl aber Zahlen herzustellen und zu verwenden. Für diese Tätigkeit gibt es Niveau-Stufen, insbesondere unter dem Gesichtspunkt, dass Zahlen durch Bündelung verkürzt werden. Und dann zeigt sich, dass das dekadische Ziffernsystem lediglich eine *Beschreibung* von Zahlen mit Bündelung ist (und zwar des dekadischen Abakus, der auf einem Stellenwertsystem ohne Ziffern beruht). Diese Beschreibungsformen sind an die Stelle der Zahlen getreten und fungieren für uns heute wiederum als Zahlen. Welches Niveau soll dann Standard für den Übergang ins 5. Schuljahr sein? Warum die Beschränkung auf 1 Million? Warum erreicht man denn ein höheres Niveau, wenn man auf 2 Millionen geht oder auf 2 Milliarden? Wenn es doch ums *Verstehen* geht! Und warum sollte das Verstehen des dualen (oder eines anderen nicht-dekadischen) Stellenwertsystems ein höheres Niveau sein gegenüber dem dekadischen? Den Aufbau des dekadischen Stellenwertsystems zu verstehen, heißt doch nur *zu wissen, nach welchen Regeln (und zwar Handlungsregeln!) Zahlen in einem Stellenwertsystem herzustellen sind* (finiter Standpunkt der Grundschule). Diese Regeln braucht man auch, um *argumentieren* zu können, warum an der dritten Stelle (von rechts) ein Steinchen soviel wert ist wie hundert an der ersten Stelle (Stellenwert!). Schreibt man da ein H über die Stelle, so ist die Luft draußen, die man großtönend vorher mit der Argumentier-Kompetenz einblasen wollte. Und wenn man den Stellenwert von Ziffern wiederum an Ziffernzahlen erklären will, tritt man absolut auf der Stelle (wie auch BEUTELSBACHER, vgl. ...) – wertlos. Wenn man aber die Handlungsregel zur Herstellung dekadischer Zahlen kennt und anwendet, dann ist es ein Kinderspiel, die Anzahl der Stellen hochzujubeln oder die Bündelbasis zu ändern. Ein neues Niveau taucht da nicht auf. Wie will man also begründen, dass es sich bei der Einschränkung auf sechsstellige

Zahlen um ein Standard-Niveau für den Übergang ins 5. Schuljahr handelt? Aber klar: Schon aus den Vorgaben für die Kommission loderte die Angst hervor, man könnte mit diesen Standards die Kinder überfordern. Deshalb nennt man sie einfach „Regelstandards“, weil sie ja ohnehin schon immer gelten (und „auf Empirie beruhen“). Und man wird statistisch untermauern („wissenschaftlich validieren“), dass man mit jeder zusätzlichen Stelle (einer Zahl) das Niveau hebt, weil da ein paar Schüler ein paar Fehler mehr machen. Es wird ja klar gesagt, dass man „Kompetenzstufen“ (also wohl „Niveaustufen“) erst noch „gewinnen“ muss, um „Mindeststandards“ festlegen zu können. Daraus folgt: **Mit solchen Bildungsstandards (Regel- hin, Mindest- her) wird alles beim Alten bleiben, weil man den eigentlichen circulus vitiosus nicht erkennt und nicht durchbricht: die fachdidaktisch-methodische Unkenntnis und Hilflosigkeit der Grundschullehrer bezüglich des Mathematikunterrichtes. Eine wirkliche Berufskompetenz wird im Studium nicht aufgebaut (warum nicht?) und in der Praxis ist keine Zeit mehr zum Denken, wohl aber zum Meckern über Schulbücher, denen man trotzdem ausgeliefert bleibt.**

Greift man die drei für die Mathematik grundlegenden Ideen (nach Whitehead) auf, so muss man dennoch in der Grundschule dafür sorgen, dass sie für den Schüler greifbar werden. Sie werden es, wenn man entsprechende *Aktivitäten* des Schülers (unter Berücksichtigung wichtiger Abstraktionsarten) fördert, nämlich das *Zählen (und Rechnen), das Messen und das räumliche Lokalisieren*. Dadurch erzeugt das Kind *Zahl, Quantität und Raum zunächst als externe oder interne Zeichen für Vielheiten (wie viele?), Größen (wie weit?) und Lagebeziehungen (wo?).* Auf ihnen, also nicht auf reinen Ideen, lässt sich Mathematik aufbauen. Auch Heymann (S. 173 ff) hat solche „Aktivitäten“ zusammengestellt, die dazu führen sollen, dass der Schüler gewisser zentraler Ideen der Mathematik „teilhaftig“ wird (S. 176): die Idee der Zahl (man wird ihrer teilhaftig durch Zählen und Rechnen); die Idee des Messens (... durch Messen); die Idee der räumlichen Strukturierung (... durch räumliches Strukturieren); die Idee des funktionalen Zusammenhangs (Aktivität nicht explizit genannt – „funktionieren“?); die Idee des Algorithmus (... durch Algorithmieren); die Idee des mathematischen Modellierens (... durch Erzeugung mathematischer Modelle). – Das überzeugt nicht recht. Fangen wir hinten an. Alle vorgenannten Ideen sind Ideen des mathematischen Modellierens, ob Zahlen oder Algorithmen oder Funktionen oder Strukturen oder das Messen, das wiederum zu „neuen“ Zahlen führt. Alle ansonsten genannten Ideen lassen sich leicht mit unseren obigen Basis-Aktivitäten in übereinstimmende Verbindung bringen: Algorithmen mit Zählen, mit Rechnen, Messen und Lokalisieren. Räumliches Strukturieren geht generell aus dem Lokalisieren und dessen Beschreibungen hervor; das Lokalisieren ist primär das „Orten“ von Objekten durch eine Bewegungsfolge von einem festen Standort aus. Dazu müssen *Richtungen* (Seh-, Geh- und Drehrichtung) und *Entfernungen* (wie weit sehen, gehen, drehen) als spezielle Größen festgelegt und beschrieben werden: damit hat man alles, um den Bewegungsraum zu einem geometrischen Raum zu strukturieren. Funktionale Zusammenhänge treten beim Zählen, Rechnen und Messen auf, aber ihre Beschreibung als Funktionen hat in der Grundschule nichts verloren. Was aber bei Heymann völlig fehlt, ist die Analyse der Abstraktionen, die auf der Basis der Handlungen zu diesen Ideen führen können („teilhaftig werden“ ist ausgesprochen platonisch) und für eine Beurteilung der Adäquatheit dieser Ideen als mathematischer Modelle notwendig sind. Auch Handlungen müssen und können zu Ideen werden: Dass man denkt, man könne einen Geldbetrag gleichmäßig an ein Warenvolumen verteilen, ist als Handlung kaum ausführbar, aber als Idee notwendig, um zu verstehen, warum man hier zu dividieren hat, um auf den Preis zu kommen.

Für das, was im Mathematikunterricht der Grundschule auf Seiten der Kinder wirklich zu geschehen hat, damit auch für sie schon dieser Unterricht zur Bildung wird, hat das KMK-Papier jedenfalls keine deutlichen Worte gefunden, so dass das Chaos in dieser Hinsicht weitergehen wird. Es ist unüberlegt, „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit" als mathematische Leitidee für den Mathematikunterricht der Grundschule zu fordern. Wenn man das ernst meint, dann sollte man auch zumindest Bruchzahlen für die Grundschule vorsehen, was ohne weiteres im 4. Schuljahr möglich ist, oder die Grundschule bis zum Ende des 6. Schuljahres laufen lassen. Da gab es vor über 30 Jahren klarere Worte zum Thema „Stochastik" für die Grundschule. Es ist schlichtweg eine Zumutung, nunmehr im Wesentlichen dasselbe in einer Art und Weise dargeboten zu bekommen, die die Öffentlichkeit glauben machen muss, hier würden sich neuartige und effektive Möglichkeiten einstellen, um den Mathematikunterricht endlich auf Vordermann und unter Kontrolle zu bringen, nachdem die Un-Bildungspolitik seinem inneren Verkommen mehr als 30 Jahre lang tatenlos zugeschaut hat. Die Hetze durch den „Stoff", wie sie im Gymnasium betrieben wird, wird noch stärker auf die Grundschule übergreifen als bisher. Hoch lebe der „testorientierte Unterricht"! Nieder mit Bildung! Das wird die Konsequenz sein. Am Ende bleibt allzu vielen Kindern nur die Erinnerung, jahrelang am Rande der Verzweiflung gelebt zu haben. Sie haben seit ihrer Grundschulzeit nichts davon gemerkt, dass da angeblich Leitideen auf ihrem Lebensweg erstrahlten.

4.) Was bieten die Aufgabenbeispiele?

Das KMK-Papier steuert gnädig einige Beispiele zum besseren Verständnis der Kompetenz-Standards bei. Sie stammen allesamt aus irgendwelchen Schulbüchern oder didaktischen Veröffentlichungen und zeigen keinerlei Ansätze zu einer eigenständigen didaktischen Durchdringung, an der man den erforderlichen Bildungsstand der Kommission erkennen könnte. Da wird z.B. (S. 14) groß getönt: „Hier ist eine Zahl mit Plättchen in der Stellentafel dargestellt." Was, glaubt man wohl, weiß ein Kind im 4. Schuljahr von „*der* Zahl", die hier mit Plättchen nur *dargestellt* ist? Wie soll es denn eine Zahl von ihren Darstellungen unterscheiden? Dieses Katz- und Mausspiel „fass die Zahl, wenn du kannst" betreibt das KMK-Papier zusammen mit allen Veröffentlichungen zur Grundschul-Arithmetik. Dann wird auch noch gefragt, wie die Zahl *heißt*, als ob die (statt des Zahlwortes) erwartete Ziffernfolge keine Darstellung wäre. Warum ist es keine nennenswerte mathematische Kompetenz zu wissen und zu verstehen, was eine Zahl *ist*, wohl aber eine, Zahl*darstellungen* zu verstehen? Man sagt ja vorher, Zahl sei eine mathematische Leitidee. Wenn es aber darauf ankommt, diese Idee aus dem Sack zu lassen, dann gibt es auf einmal leider nur Darstellungen, die Idee selber kommt nicht zum Vorschein. Wie sollte sie auch? Nicht nur an dieser Stelle erweist man sich als ahnungslos, sondern z.B. auch beim Messen mit Gewinnung von Maßzahlen (Beispiel 11, S. 28). Da wird Schülern mitgeteilt, eine Familie habe am Montag 9,500 kg Kirschen geerntet, am Dienstag 0 kg, am Mittwoch 8,250 kg usw. bis Sonntag. Immer erscheint an der 3. Dezimalen eine Null, außer bei 0 kg. Wenn das gerundete Zahlen sein sollten, dann kann nur an der 4. Dezimalen gerundet worden sein, weil ab dieser Stelle keine Ziffern mehr mitgeteilt sind. Aber wer ist so verrückt, einen Eimer Kirschen auf ein halbes Gramm genau zu wiegen? Außerdem passt 0 kg nicht dazu; wenn überhaupt, dann hat man hier bereits an der *ersten* Dezimalen gerundet und es könnten 0,458 kg geerntet worden sein, also keineswegs nichts, wie der Schüler vielleicht annehmen soll. Dabei hat vielleicht den Pflücker eine Wespe gestochen, so dass er den Eimer fallen ließ. Hat man aber mit Grammeinheiten gewogen, so ist es höchst unwahrscheinlich, dass keine der Tagesernten in ihrem Gewicht einzelne Gramm aufgewiesen haben sollte. Hier fehlt die Aufgabenstellung: Diskutiere (Verzeihung: Kommuniziere) mit deinem Nachbarn über diese unsinnigen Gewichtsangaben. Dass man es mit dem Runden nicht so hat, lässt sich an der Fortsetzung in Aufgabe 2 („Uwe hat ganz schnell im Kopf gerechnet.") und auch am Beispiel „Große Zahlen" (S. 16) sehr schön erkennen. Da muss man dauernd *schauen*, welche Bündelgröße so ein Strichmännchen symbolisiert, und dann soll eine Reihe mit Strichmännchen ein

„Schaubild“ sein. Was man sich doch einbilden kann! Es handelt sich lediglich um eine andere Zahlsprache, bei der man unterschiedliche Männchen statt Ziffern zum Anschauen bekommt. Interessant ist, dass man diese Männchen-Sprache nicht als eigenständige Sprache (Bündelsymbole) entwickelt. Es gibt keine Hunderter- oder Zehner- oder Einermännchen. Die fallen dem Runden zum Opfer. Dreihundert Menschen (Aufgabe 3) zählen eben nicht. Da wird die Einwohnerzahl von Dortmund mit 612 300 angegeben. Schwerlich zu glauben, dass das keine gerundete Zahl sein soll. Suggeriert wird es aber durch die Aufforderung, diese Zahl „auf volle Tausender“ zu runden. Bei Aufgabe 4 (S. 17) führt das zum Eklat: „München hat ungefähr doppelt so viele Einwohner wie Dortmund.“ Ja, wie viele Einwohner hat denn nun Dortmund? Rund 612 300 oder rund 612 000? Nimmt man die erste Zahl, kommt man für die Strichmännchen auf 1,224 Millionen, nimmt man die zweite, auf 1,225 Millionen für München. Ist ja egal, „ungefähr“ stimmt immer. Und ehe man die neue Männchen-Sprache noch beherrscht, kann man sie schon wieder vergessen und kehrt frohgemut zur Ziffernsprache zurück.
Kurios ist auch das 8. Aufgabenbeispiel zur „Musterbildung“ (S. 24). Da ist eine Bildfolge zu sehen; auf dem 1. Bild ist ein waagrechter Streifen aus drei zusammenhängenden Quadraten, auf dem 2. Bild sind zwei solche Streifen untereinander, auf dem 3. Bild drei, das 4. Bild ist leer. Hier soll der Schüler die angefangene Bildfolge mit einem Bild fortsetzen. Dazu muss er der angefangenen Folge entnehmen, dass hier die Ziffernfolge 3, 6, 9 auf bestimmte Weise bildhaft ersetzt ist, und er soll eine „Gesetzmäßigkeit erkennen, beschreiben und fortsetzen“ – so die für den Lehrer angegebene inhaltsbezogene mathematische Kompetenz, wobei unverständlich ist, wie man eine *Gesetzmäßigkeit* fortsetzen könnte. Aber das ist unwichtig. Wie aber würde man es in einem Test bewerten, wenn ein Kind als viertes Bild *sechs* Dreierstreifen untereinander zeichnet (statt der vom Tester erwarteten vier) und somit für sich eine Folge F_0 festlegt: 3,6,9,18, 54,...? Klar: falsch. Kind hat die Gesetzmäßigkeit („Dreier-Reihe“ bzw. „Folge F_1 aller Vielfachen von 3“) nicht erkannt. Wie wertet man es, wenn ein Kind als viertes Bild wieder von vorne anfängt (F_2: 3,6,9,3,6,9,...) oder das dritte Bild wiederholt (F_3: 3,6,9,9,6,3,...) oder das zweite Bild wiederholt (F_4: 3,6,9,6,3,3,6,9,6,3,...)? Ganz klar: alles falsch. Genauso würde man es zurückweisen, wenn das Kind als viertes Bild 15 Quadrate zeichnen würde (F_5). In allen fünf Fällen kann das Kind durchaus eine Gesetzmäßigkeit erfasst haben, nur nicht die vom Aufgabensteller gemeinte. Die drei gelieferten Anfangsglieder erlauben diese Fortsetzungen allemal. Und warum sollte das Kind nicht mehr Phantasie haben als der Aufgabensteller? Hier sei nur kurz die Regel für die Fortsetzung 3, 6, 9, 15 beschrieben: $a_1 = 3$; $a_2 = 6$; und für alle n > 1 soll gelten: $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, so dass es dann mit 24, 39, 63, ... weitergehen muss, lauter Dreierzahlen, nur nicht lückenlos. Diese Regel wird „im Kern“ beschrieben, wenn man sagt: Die nächste Zahl ist immer die Summe der beiden vorangehenden. Dass es sich bei derartigen Regeln immer um eine *gewollte* Gesetzmäßigkeit handelt, sieht man daran, dass man Folgen *definieren* muss. Das gilt auch für die scheinbar simple Dreierreihe: Für alle natürlichen Zahlen n sei vereinbart, dass die Zahl a_n genau dann Glied der Folge F_1 ist, wenn $a_n = 3n$. Dies ist ein Funktionsterm, weil a_n als Wert einer Funktion gedeutet werden kann. Das ist auch dann so, wenn der Funktionsterm nicht direkt angegeben werden kann, sondern rekursiv festgelegt wird (wie im Beispiel F_5). (Nebenbei: Aus den Texten und Aufgabenbeispielen wird nicht ersichtlich, wie die Kommission einen Unterschied zwischen „Gesetzmäßigkeiten“ und „funktionalen Beziehungen“ aufrecht erhalten will.) Man kann daher in all diesen Fällen gar keine Gesetzmäßigkeit *erkennen,* sondern man muss eine *erfinden, sich ausdenken,* in die der Anfang der Folge hineinpassen *kann*, aber nicht unbedingt ganz hineinpassen muss (Beispiel F_5, bei dem die ersten beiden Ziffern nicht Summe von vorausgehenden sind). Auch ohne irgendeine Beschreibung ist so eine Fortsetzungs-Regel erfassbar, so dass man nach ihr handeln kann. Allenfalls kann man auch eine Vermutung dazu aufstellen, an welche Gesetzmäßigkeit derjenige wohl gedacht haben mag, der das Muster angefangen hat.

Geradezu hinterhältig ist es aber, weitere Fragen anzuschließen (wie es beim Aufgabenbeispiel geschieht), bei denen das Kind voll auf die Schnauze fallen muss, wenn es die erwartete Regel nicht getroffen hat. Daraus folgt: Sinnvoll sind solche Aufgaben nur dann, wenn man den Schüler auffordert, die vorgelegten Figuren als Anfang eines Musters aufzufassen und auf *verschiedene* Weisen fortzusetzen und zu versuchen, jeweils die Regel zu beschreiben, nach der ein anderer weitermachen könnte. Wenn man solche Aufgaben jedoch so handhabt, wie die Bildungskommission das vorschlägt, dann *geht man haarscharf an allem vorbei, was man ansonsten wortgewaltig als erstrebenswerte Bildung verkündigt*. **Man dringt nicht zur „Kernfähigkeit" des menschlichen Denkens vor: *dem kontrollierten Einsatz der Phantasie*.** In dieser Fähigkeit treffen sich – mit jeweils anderem Sachinteresse – Künstler wie Naturwissenschaftler, Politiker wie Philosophen, Schriftsteller ebenso wie Mathematiker.

Nehmen wir noch die beliebte „Hundertertafel" (S. 24 ff), die als Beispiel für „Muster und Strukturen", insbesondere für „strukturierte Zahldarstellungen" angeführt wird. Das ist insofern schon falsch, als bei der Hundertertafel eine Zahlen*menge* strukturiert dargestellt wird, aber nicht die Zahlen. In den Aufgabenstellungen ist von „nebeneinander stehenden Zahlen" die Rede. Dabei geht es eigentlich um Zahlenpaare, deren zweite Zahl um eins größer ist als die erste (Nachfolger der ersten). Dazu gehören dann auch Paare wie (10,11), (60,61), die aber in der Hundertertafel leider nicht nebeneinander stehen. Diese Lokalisierung der Zahlenpaare ist nicht ganz kompatibel mit ihrer Bedeutung. Man kann also gar nicht die Aufgabe stellen, aus welchen beiden nebeneinander stehenden Zahlen die Zahl 161 additiv zusammengesetzt sei, obwohl das von der Bedeutung der Zahl her möglich sein sollte, nämlich Summe einer Zahl und ihres Nachfolgers zu sein. Aber selbst bei der angeführten 3. Aufgabe (Summe 53) soll das Kind ja nicht wild in der Hundertertafel herumsuchen, sondern durch das Addieren zweier aufeinanderfolgender Zahlen vorher schon die Regelmäßigkeit erfasst haben, dass die Summe „immer" um eins größer ist als das Doppelte der kleineren Zahl. Wenn es diese Gesetzmäßigkeit nämlich nicht erkannt hat, hat es keine Strategie, um die Zahl 53 zu zerlegen in 26+27 oder die Zahl 161 in 80+81. Was nützt also hierfür die Hundertertafel? Und hat man ein Zahlenpaar der Form (a, a+10), so sind das in der Hundertertafel untereinander stehende Zahlen. Wenn deren Summe mit 104 angegeben wird (4. Aufgabe), ist *analog* vorzugehen – analogisieren war mal ein allgemeines Lernziel! – und man halbiert 94 (= 104 – 10). Statt nun herauszuarbeiten, dass generell zwei Zahlen, deren Differenz bekannt oder rasch ersichtlich ist, auch über das Verdoppeln der kleineren Zahl berechnet werden kann (ob schneller oder nicht) [a + (a +n) = (a + a) + n = 2a + n], wird eine derartige Generalisierung – generalisieren war mal ein allgemeines Lernziel – nicht angegangen. Der Clou ist aber: In Aufgabe 5 soll das Kind begründen, warum die Summe zweier nebeneinanderstehender Zahlen nicht gerade sein kann. Da braucht man eine Begründung schon für die vereinfachte Berechnung von 76+77 (warum ist das 76+76+1), die übergangen wird; aber jetzt muss noch ein weiterer Begründungsschritt eingebaut werden: Das Doppelte einer Zahl (ob gerade oder ungerade) ist immer gerade. Nun ist aber die Summe zweier benachbarter Zahlen *um 1 größer* als das Doppelte der kleineren. Also ist die Summe zweier benachbarter Zahlen ungerade. Wie schwach die Kommission im Analysieren ihrer eigenen Aufgaben war, sieht man daran, dass sie bei der Bewertung des allgemeinen Schwierigkeitsgrades der Aufgaben den mittleren und hohen „Anforderungsbereich" (ein modisches und unpassendes Wort, das sich aber wunderbar für die Abkürzung AB eignet!) nicht recht voneinander trennen kann. So gehört „Entwickeln von Strategien" zu AB III, aber die Zahl 53 in zwei benachbarte Zahlen zu zerlegen, zu AB II, obwohl man hierzu eine Strategie braucht. Die Unterscheidung von AB II und III ist an den Haaren herbeigezogen, weil das „Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen" (II) in jedem Falle ein „Strukturieren" (III) ist. Zudem hört man die Angsthasen heulen, die Kindern nichts zutrauen.

Sobald die „Kleinschrittigkeit" verlassen wird, hält man das für eine gehobene Schwierigkeit. Und die Kommission bläst genau in dieses Horn.

Noch ein Beleg: Es soll (in Aufgabenbeispiel 9, S. 26) auch die Summe dreier „aufeinander folgender" Zahlen berechnet werden (z.B. 4+5+6). Ich verallgemeinere hier zur Verdeutlichung: [(n-1) + n + (n+1)]. Die drei Zahlen erscheinen also auch in der Summe immer schön der Größe nach, obwohl das nicht notwendig wäre. Aber in der Hundertertafel erscheinen sie eben nicht anders. Nach drei solchen Beispielen kommt die Aufforderung: „Vergleiche die Summe mit der mittleren Zahl. Was fällt dir auf? Begründe!" Durch den Hinweis „vergleiche mit..." streicht man dem Schüler genau den Zusammenhang in den Mund, den er angeblich entdecken soll. Ein primitives Ritual. Genauso primitiv wäre es, die Tina zu bemühen (die ja immer viel einfacher rechnet) und die Frage zu stellen: Kannst auch du so rechnen wie Tina? Es gibt doch andere Möglichkeiten: Wie wäre es, noch das Beispiel 3999+4000+4001 (eventuell sogar mit Steinchen am Abakus) zu servieren und abzuwarten, was der Schüler macht? Legt er das eine Steinchen (von 4001) zur ersten Zahl, wird aus ihr durch Weiterspielen 4000. Zur Not kann man die Hinweise immer noch näher an den Sachverhalt lenken. Was wird erwartet? Erstens: Das Kind muss die Auffälligkeit als Gesetzmäßigkeit formulieren, also zwei Sachverhalte in einen Folgezusammenhang bringen und generalisieren, weil es sonst nichts hat, was zu begründen wäre. Schlecht wäre daher die Formulierung: Die Summe dreier aufeinander folgender Zahlen ist immer das Dreifache der mittleren. Solche stark verkürzenden Formulierungen wirken verschleiernd, weil die Bedingung nicht klar als solche herausgestellt wird, die Sachverhalte nicht getrennt werden. Daher wäre besser: „**Wenn** ich *drei aufeinander folgende* Zahlen addiere, **dann** erhalte ich als Ergebnis immer das Dreifache der mittleren Zahl." Zu fragen wäre, wie das „immer" gemeint ist: im finiten Sinne von „bisher immer" bzw. „immer wenn ich so rechne" oder im potentiell-infiniten Sinne von „wir denken uns die Folge der Tripel benachbarter Zahlen unaufhörlich fortgesetzt" oder im aktuell-infiniten Sinne. Wie weit geht das Kind mit seiner Verallgemeinerung und Objektivierung? Die Gesetzmäßigkeit wird bewiesen, wenn es gelingt, an den ersten Sachverhalt eine Kette von Folgerungen anzuschließen, die wiederum in sich gerechtfertigt werden müssen (durch andere Gesetzmäßigkeiten) und als deren letzte der zweite Sachverhalt erscheint. *Erster Versuch:* (1) Wenn man drei (der Größe nach) aufeinanderfolgende Zahlen addiert, dann sind das drei Zahlen, von denen eine um 1 kleiner als die mittlere und eine um 1 größer als die mittlere ist [Bedeutungszusammenhang]. (2) Also sind beide Randzahlen *zusammen doppelt so groß* wie die mittlere [warum?] (3) Folglich ist die Summe so groß wie das Dreifache der mittleren Zahl. – Ja, jetzt fehlt aber die Begründung für (2). Dahinter steckt folgendes Problem: Man hat zwei Haufen mit Stäbchen, nimmt aus dem einen Haufen 1 Stäbchen und legt es zum anderen Haufen. Um wieviel vergrößert sich der Unterschied? (Antwort: Um zwei Stäbchen.) Daher der *zweite Versuch*: (1) Wenn man drei aufeinanderfolgende Zahlen addiert, so sind das drei Zahlen, bei denen der Unterschied der beiden Randzahlen zur mittleren Zahl jeweils 1, untereinander aber 2 ist [Präzisierung und Erweiterung des Bedeutungszusammenhangs]. (2) Nimmt man daher von der größeren Randzahl 1 weg und fügt 1 bei der kleineren hinzu, so verschwindet der Unterschied der beiden Zahlen und beide werden der mittleren gleich. (3) Also sind einerseits die beiden Randzahlen zusammen doppelt so groß wie die mittlere und andererseits ... – *Keine Begründung* wäre*:* (1) Wenn von drei aufeinander folgenden Zahlen die kleinste um 1 vergrößert wird, entsteht die mittlere Zahl. (2) Wenn die größte um 1 verkleinert wird, entsteht ebenfalls die mittlere Zahl. (3) Folglich erhält man dreimal die mittlere Zahl. – Das schon, aber warum ist die Summe der drei *ursprünglichen* Zahlen gleich dem Dreifachen der mittleren? Es fehlt noch zur Begründung: An der Summe zweier Zahlen ändert sich nichts, wenn man die eine um 1 vergrößert und die andere um 1 verkleinert. – Ich möchte nicht wissen, wie solche Begründungen in einem Test beurteilt und bewertet werden. Wie wäre es denn noch mit folgender *Begründung*: *Wenn man drei Bündel A, B, C mit Stäbchen vor sich hat, wobei in A 1 Stäbchen weniger ist als in B und in B 1 Stäbchen weniger als in C, und man A, B und C (ohne sie aufzulösen) zu einem größeren Bündel D zusammenschnürt, so sind in D immer genauso viele Stäbchen, wie wenn man vorher aus C ein Stäbchen herausgenommen und bei A hinzugefügt hätte, also drei gleich große Bündel (A', B, C') gemacht und diese zu einem größeren Bündel D' zusammengefasst hätte.* – Hier wird deutlich: Die Zahlen werden als Anzahlen interpretiert. Der Text ist handlungs*bezogen*; er ist die Beschreibung zweier Handlungen so, als ob sie nacheinander durchgeführt würden. Jede gedachte Handlung notiert man auf einem extra Zettel. Würde man die Handlungen durchführen, könnte das nur an einem konkreten Zahlen-Beispiel erfolgen. Die Verallgemeinerung kann aber herausgefordert werden, wenn drei Säckchen gezeigt werden, in denen zwar Stäbchen sind, *die aber unsichtbar bleiben*, bis auf das jeweils eine, das umgelegt wird. Die Beschreibung kann sich also zunächst auf ein Beispiel beziehen, um dann verallgemeinert zu werden. Die Gültigkeit des Argumentes beruht auf dem (nicht beweisbaren, aber erfahrbaren) Grundsatz, dass sich die Vielheit der Gegenstände einer Gesamtheit nicht ändert, wenn ein Gegenstand seine Lage verändert. Beschreibungsversuche der Kinder lassen sich bearbeiten und verbessern, wie man eben an einem Aufsatz herumfeilt (was aber Kindern im Mathematikunterricht schon gar nicht beigebracht wird). Zugegeben: Der Beweis ist insofern „vormathematisch", weil er sich nicht einmal einer Sprache bedient, *wie sie heute in der Mathematik formal gesehen niedrigster Standard ist*. Aber er zeigt genau die „Vorstufe zur Mathematik", die vor 45 Jahren diskutiert wurde, wobei Inhelder den Bruner'schen Höhenflug (Jedes Kind jeden Alters jeden Gegenstand wirksam und intellektuell redlich lehren!) mit der Bemerkung auf den Boden der Tatsachen holte: „..., vorausgesetzt, dass der Gegenstand *von seinem mathematischen Ausdruck losgelöst ist und mit Material studiert wird, das das Kind selber handhaben kann*." Der Gegenstand ist hier der Zusammenhang zweier Sachverhalte, der vom Kind als generelle Gesetzmäßigkeit vermutet, an weiteren Beispielen überprüft, eventuell verworfen oder korrigiert wird, bis es ihn formuliert (auf verschiedenen Sprachniveaus) und eventuell beweisen kann (ebenfalls auf verschiedenen Niveaustufen). Jedenfalls: Die Hundertertafel trägt nicht das Geringste zu irgendwelchen Begründungen bei. Bei unserer vormathematischen Begründung zeigt sich auch, dass es primär gar nicht um das Multiplizieren geht, sondern darum, drei *gleiche* Zahlen an Stelle von drei *verschiedenen* zu *addieren*. Und das strebt man deshalb an, weil man das 1x1 kann und auf diese Weise schneller *addieren* kann. Würde man so etwas im 2. und im 3. Schuljahr tatsächlich durchführen und mit Strichen darstellen, z.B. ||||+|||||+||||||, so müsste man im 4. Schuljahr um die Begründung der Gesetzmäßigkeit in einer mathematischen Sprache (wie oben ausgeführt) nicht bangen. Während die Handlung mit den Stäbchen als Vorstellung auf die Striche übertragbar ist, funktioniert das nämlich für Ziffern nicht, weil man aus der Ziffer 4 keine 5 usw. machen kann. Wohl aber kann man aus dem schriftlichen Zeichen |||| durch Anfügen eines Striches das Zeichen ||||| erzeugen. Hierin liegt die Ursache, dass man die obigen Begründungen für Ziffernzahlen anders gestalten muss als für Stäbchenzahlen. Man spricht in einer anderen Sprache. **Aus dieser Analyse erkennt man, dass die Angabe des Schwierigkeitsgrades der Aufgabe (AB III) im KMK-Papier absolut unsinnig und wertlos ist, weil man so der Komplexität der Umstände nicht einmal ansatzweise gerecht werden kann.** – Wir sollten auch nicht vergessen, dass es gar nicht drei *benachbarte* Zahlen sein müssen (z.B. $3+5+7 = 3 \cdot 5$). Auch die Verallgemeinerung zu $(a-n) + a + (a+n) = 3a$ [für alle natürlichen Zahlen a und n mit $n<a$] ist mathematischer Standard (wenngleich nicht der Grundschule) und zeigt die Fortsetzungsmöglichkeit der Aufgabe, deren Formulierung zur *Einführung* der Algebra im Gymnasium gute Dienste tut (und bitter nötig wäre). Die Gesetzmäßigkeit kann und muss bei dieser Formulierung schließlich mit Hilfe algebraischer Regeln bewiesen werden. Wie wichtig diese Vorarbeit in der Grundschule oder noch im Gymnasium wäre, zeigt die Tatsache, dass Schüler des Gymnasiums algebraische Ausdrücke

kaum interpretieren können und umgekehrt Sachverhalte nicht in algebraischer Sprache darstellen können. Nehmen wir wieder die Vermutung, dass die Summe dreier *benachbarter* Zahlen gleich dem Dreifachen der mittleren ist. Hier muss die Bedeutung des Ausdrucks „benachbart" reflektiert werden. Sie muss außerdem in einen Zusammenhang mit der Syntax der Zahlen gebracht werden. Und da genügt es eben nicht, dass sie bei der sogen. Hundertertafel nebeneinander bzw. hintereinander stehen oder aufeinander folgen. Man muss auf die normale Ordnung der Zahlen zurückgehen und analysieren, in welcher Größenbeziehung die drei Zahlen zueinander stehen, die als „benachbart" bezeichnet werden, und in welcher Reihenfolge sie im Tripel angeordnet sind. Da kommt zum Vorschein, dass sie im Tripel nicht in der Reihenfolge ihrer Größe angeordnet sein müssen; denn auch wenn man 4+6+5 hat, ist das 3mal 5. Es geht also zunächst einmal darum, drei Zahlen nach ihrer Größenbeziehung zu ordnen und eine als „mittlere" zu erkennen, eine als deren Vorgänger (um eins kleiner) und eine als deren Nachfolger (um eins größer); oder aber eine als kleinste, eine als deren Nachfolger und die weitere wiederum als deren Nachfolger zu erkennen. Diese Analysen des Ausdrucks „drei benachbarte Zahlen" führen zu verschiedenen Formalisierungen der Summe, wenn man in ihr die Ordnungsrelation bewahrt: (n-1) + n + (n+1) oder n + (n+1) + (n+2). In jedem Falle erscheint eine Zahl als „mittlere", d.h. sie ist im Sinne der Größenordnung der drei Zahlen *zwischen* den beiden anderen. Aber im zweiten Falle kommen wir auf 3n + 3, im ersten auf 3n. (3n + 3) wandeln wir um in 3(n+1), also das Dreifache der mittleren Zahl (n+1). Beim Beispiel sieht das so aus: 4+5+6 = 3·4 + 3. Aber nun muss man das noch in 3· (4+1) = 3·5 umwandeln oder in 4·3 + 3, um über 5·3 auf 3·5 zu kommen. Bei der Verwendung von Stäbchenzahlen führt die zweite Analyse auch zum Erfolg, ist aber umständlicher: Man ordnet die Bündel nach der Größe, nimmt aus dem mittleren 1 Stäbchen, aus dem größten 2 und legt diese 3 Stäbchen separat. Das entspricht 3n + 3. Dann verteilt man die drei Stäbchen auf die drei gleichen Bündel, jedes bekommt eins – daher der Name „*Distributiv*-Gesetz": 3(n+1) – und erhält so drei gleiche Bündel der ehemals mittleren Größe. Welche der korrekten Bedeutungs-Analysen des Ausdrucks „drei benachbarte Zahlen" für den Beweis geschickter ist, bleibt also dahingestellt, bis die Beweise ausgeführt sind. – Am selben Beispiel lässt sich zeigen, dass die Regeln des Schließens unterschiedlich kombiniert werden können, aber welche Kombination zum Ziel führt, muss im Voraus bedacht werden, zeigt sich aber erst bei der Durchführung. Was machen wir z.B. aus (n-1) + n + (n+1)? Welche Regelkombination wenden wir an, um nach Möglichkeit auf die Reihenfolge (1-1) zu kommen, um sie zu eliminieren? (Soweit unser Vorausdenken.) Es gibt keine Regel, um –1 einfach nach hinten wandern zu lassen. Wendet man das Kommutativgesetz an, so führt das einerseits zu n + (n-1) + (n+1), andererseits zu (n-1) + (n+1) + n. Selbst wenn man jetzt die Klammern weglässt, ist man in der Sackgasse. Jetzt suchen wir Zuflucht in der Reflexion auf die Bedeutung der Zeichenreihe n – 1. Sie bedeutet, dass es eine Zahl k gibt, so dass k+1 = n. Und jetzt die Reflexion auf die Syntax der Zeichenreihe: Man darf n durch k+1 ersetzen. Wir kämen gar nicht auf den Gedanken, so vorzugehen, wenn wir nicht schon eine Substitution in Erwägung ziehen würden, wobei nicht sicher ist, ob sie weiterführen kann. Also wenden wir jetzt eine Substitutionsregel an und ersetzen das n immer durch k+1. Dann erhalten wir ((k+1)-1) + (k+1) + ((k+1)+1). Auflösen äußerer Klammern führt zu (k + 1 – 1) + (k+1) + (k +1+1) und k + (k+1) + (k+2) [s. obige zweite Analyse]. Jetzt führt das Kommutativgesetz nach Weglassen der Klammern zu k + k + k + 1 + 2, Anwendung der Definition der Multiplikation (Bedeutungs-Reflexion) zu 3k + 3, Anwendung des Distributivgesetzes zu 3(k+1) und die Substitutionsregel (in Umkehrung) schließlich zu 3n. Solche Erfahrungen beim Beweisen sind hilfreich in anderen (analogen) Fällen. Das heißt aber nur, dass man sein *heuristisches Repertoire* allmählich ausbaut: Wenn ich so und so vorgehe, dann habe ich vielleicht Erfolg – ich hatte ja schon mal Erfolg damit. Das sind aber keine besonderen Fähigkeiten, sondern es ist in der Tat ein beruflicher Erfahrungsschatz, mühsam erworben. Aber beim Erwerb eines heuristischen Repertoires bemühen wir mit dem Reflektieren auf die Bedeutung oder Syntax der Zeichen (Ausdrücke) und dem Kombinieren von Gesetzen *keine typisch mathematische Fähigkeit*, sondern die interpretierende und algorithmisierende Abstraktion. In der Tat funktioniert ja ein Beweis, sofern er vollständig erbracht ist, wie ein Algorithmus, der in fixer Schrittfolge von den Voraussetzungen zur Behauptung führt. Übrigens ist auch das Rechnen ein Argumentieren. Man erschließt ja aus zwei Zahlen durch Anwendung bestimmter Regeln eine weitere Zahl.

Zweifellos sollte man solche Sachverhalte, wie sie in den Aufgabenbeispielen des KMK-Papiers angesprochen werden, im Unterricht von Schülern entdecken und bearbeiten lassen; dabei kann man dasselbe Problem auf unterschiedliche Weise (mit unterschiedlichen Zahlsprachen und unterschiedlichen Sprachniveaus) den Schülern nahe bringen (um Unter- oder Überforderungen auszuloten); aber sie in einer Testaufgabe zu verlangen und zu meinen, dass dies auch ein „Referenzrahmen für professionellen Unterricht" sei, ist zweifellos eine Überforderung des Schülers und des Auswertenden. Die Folge wären unkontrollierbare Verfälschungen der Testergebnisse. Aber über diese Grauzonen statistischer Auswertungen wissen Insider höflich zu schweigen. Mit diesen Aufgabenbeispielen wird man ein neues Vorbereitungs- und Unterrichts-Ritual erzeugen, das als „fachdidaktische Konzeption" (Klieme-Expertise) auch Vorbild für Lehrproben etc. werden wird. Man wird das 1x1 pauken wie eh und je und das 1+1 weiter dem Zufall überlassen. Das deutet sich schon damit an, dass man das „gedächtnismäßige Beherrschen" von Einspluseins und Einmaleins als Standard *für das Ende des 4. Schuljahres* fordert. Da ist das Kind längst in den Brunnen gefallen. Das sind Lernziele, die am Ende des zweiten und dritten Schuljahres spätestens erreicht sein müssen. Für das Ende des 4. Schuljahres bleibt von dem „Standard" (S. 9) nur übrig, dass **diese Grundkenntnisse in analogem Rechnen auf Zahlen mit beliebig vielen Stellen angewendet werden sollen**. Aber selbst das ist bereits ein Lernziel (ein Standard) für das *dritte* Schuljahr. Und warum soll denn ein Kind im 4. Schuljahr nicht zehnstellige Zahlen addieren (etc.) können, wenn man schon fordert, dass es den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstanden haben muss. Das KMK-Papier produziert statt dessen wieder Unsinn (im Folgenden kursiv herausgehoben), indem man gespreizt formuliert, dass „diese Grundkenntnisse" (also 1+1 und 1x1) *„auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen"* werden sollen. Denn in diesem Sinne sind *alle* Aufgaben analog. Man ist unfähig, das Gemeinte klar zu beschreiben. Ebenso wird stupide weiterhin empfohlen, von der Einheit auf die Mehrheit zu schließen, wie es das Beispiel 12 in einer für das 4. Schuljahr naivsten Weise vormacht. Da wird einfach untergejubelt, dass alle Backbleche gleich groß sind, damit sich auch ja nahelegt zu vervierfachen, wenn es um vier Bleche geht. Aber die „Kleinschrittigkeit" überlässt man ja angeblich den Lehrplänen! Und das nennt man dann „Lebenswirklichkeit". Ebenso stupide wird man weiterhin einen Geldbetrag mit einem Preis verwechseln und den Schüler glauben machen, dass 0,49 € für ein Päckchen mit 100 g Mandeln ein „Einzelpreis" sei (€ pro Päckchen oder pro Mandel?). Wie bisher auch: Beste Vorbereitung darauf, später absolut nicht zu kapieren, warum man Kilometer durch Stunden teilen kann (Geschwindigkeit) oder Liter durch Kilometer (Verbrauch) oder Geldbeträge durch Gewichte (Preis) oder Gewichte durch Flächeninhalte (Druck) usw.

Ein geradezu fatales Beispiel von Unüberlegtheit liefert das KMK-Papier allerdings im Aufgabenbeispiel Nr.14, S. 33 f. Der Missgriff passiert vor allem bei Aufgabe 4 (S. 34), in welcher dem Kind die Behauptung vorgesetzt wird *„Beim Würfeln mit zwei Spielwürfeln wird die Summe 7 wesentlich häufiger gewürfelt als die Summe 12"*, verbunden mit der Frage *„Woran liegt das?"* Zwar sollte das Kind in der Aufgabe 3 vorher alle bei zwei Würfeln möglichen Summen aufschreiben, aber es war noch nicht gefragt, wie viele Möglichkeiten es für die einzelnen Summen gibt. Deshalb könnte nun als Antwort des Kindes kommen: „Ich habe es probiert, aber es war nicht so, weil ich mir immer 12 gewünscht habe und meine Wünsche meistens in Erfüllung gehen. Jedenfalls kam zwölf bei mir häufiger vor als 7." Und was sollte denn der Schüler auch begründen, dass 7 *häufiger* vorkommt als 12 oder dass 7 *wesentlich* häufiger vorkommt? Er müsste selbst definieren, was in diesem Zusammenhang „wesentlich häufiger“ bedeuten soll; etwa „siebenmal so häufig“? Der Knalleffekt dieser Aufgabe ist: Auch wenn es für die Summe 7 sechs Möglichkeiten (von 36) gibt, für die Summe 12 aber nur eine, so ist dadurch nicht einmal die schwächere Behauptung, 7 komme *häufiger* vor als 12, verifiziert. Die Behauptung kann gar nicht bewiesen werden, obwohl die Aufgabensteller sicherlich diese Antwort vom Schüler erwarten. Die Behauptung ist so formuliert, als sei es eine Aussage von zeitloser Gültigkeit. (Deshalb ist die Aufgabenstellung auch kein Versehen, sondern eklatante Dummheit.) Es kann durchaus sein, dass die Summe 7 bei den ersten 50 Versuchen zehnmal so häufig auftritt wie die Summe 12, bei den nächsten 50 Versuchen könnte sie genauso oft *oder sogar seltener* als die Summe 12 erscheinen. Auch theoretisch ist kein Beweis zu liefern. Das Bernoulli-Gesetz für große Zahlen besagt zwar, dass mit zunehmender Anzahl der Versuche die Wahrscheinlichkeit der Abweichung der empirischen relativen Häufigkeit von der theoretischen Wahrscheinlichkeit 1/6 (für die Summe 7) gegen Null strebt. Das heißt: Selbst bei unendlich vielen Versuchen (und wer kann das schon?) würde Null für diese Abweichung nicht erreicht werden. Aber darum geht es gar nicht. Wenn ich voraussage, dass dieser Apfel dort in den nächsten fünf Minuten ohne menschliches Zutun vom Baum fallen wird, dann geht es darum, die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis *im Voraus* irgendwie zu bestimmen, egal was hinterher passiert. Denn hinterher gibt es eine solche Wahrscheinlichkeit nicht mehr. Es wird ja letztlich in der Aussage der Aufgabe 4 behauptet, dass bei 36 Würfen die absolute Häufigkeit, mit der die Summe 7 auftritt, tatsächlich *immer* 6 ist, dagegen die von 12 *immer* 1, so dass 7 *immer* sechsmal so oft wie 12 erscheint. (Wir haben das Wort „immer“ ausdrücklich eingefügt, um klar zu machen, was die Behauptung implizit besagt.) Mit dem Ausdruck „wesentlich häufiger“ wird nur der Ausdruck „sechsmal so oft“ ersetzt, um dem Schüler nicht die nötigen Überlegungen abzunehmen. Man behauptet also die *Wahrheit* der Aussage, wenngleich auf schwammigste Weise, um vielleicht doch noch durchscheinen zu lassen, dass der Sachverhalt nur wahrscheinlich ist. Das erkennt man auch, wenn man die Behauptung als Voraussage umformuliert: *Ich werde mit zwei Würfeln bei meinen nächsten 50 Versuchen die Summe 7 öfter erhalten als die Summe 12.* Es gibt keinen Grund, warum das tatsächlich passieren sollte. Die Tatsache, dass es für die Summe 7 sechsmal so viele Möglichkeiten gibt wie für die Summe 12, ist ja nicht die *Ursache* für ihr eventuell häufigeres Erscheinen. Genau das aber unterstellt man, wenn das Kind aufschreiben soll, woran das wohl liege. Und nochmals sei es gesagt: Die soeben getroffene Aussage ist keine Wahrscheinlichkeitsaussage. Diese müsste heißen: *Ich erwarte mit einer Wahrscheinlichkeit von 6/36, dass ich mit zwei Würfeln beim nächsten Wurf die Summe 7 würfeln werde. Und ich erwarte mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/36, dass ich die Summe 12 würfeln werde. Also erwarte ich die Summe 7 mit größerer Wahrscheinlichkeit als die Summe 12.*

Wenn es im Unterricht genauso läuft, dass man Wahrscheinlichkeit nicht als objektives Maß für die Beurteilung der *vernünftigen* Stärke der Erwartung eines zufälligen Ereignisses erklären kann, dann sollten wir die Finger davon lassen. Hier jedenfalls hat man „der Nation“ ein Musterbeispiel geliefert, wie man „Wahrscheinlichkeit“ missverstehen und das mathematische Modell mit seinen Wahrscheinlichkeitsaussagen und die Realität mit den entsprechenden Voraussagen durcheinanderwirbeln kann – und das im Namen von „Bildungsstandards“!

5.) Und endlich die Frage: Was sind Bildungsstandards?

Jedenfalls etwas Staunenswertes. Denn (so steht es in den Kommissionspapieren) sie „greifen auf“, sie „zielen auf“, sie „legen fest“, sie „konzentrieren sich“, sie „beschreiben“ und „formulieren“, sie „dienen“, „liefern“ und „arbeiten heraus“, sie „standardisieren“ (selbstredend) und „definieren“, sie „erlauben Vergleichbarkeit“ und „geben Orientierung“, sie „basieren auf“ und „beziehen ein“. Bildungsstandards sind demnach wahre Heinzelmännchen. Nun lassen wir einmal „Bildung“ weg und schauen, was übrig bleibt: Standard. Darunter versteht man ja gewöhnlich ein bestimmtes Niveau bzw. eine bestimmte Qualität, die man bei Ausstattungen (z.B. mit Toiletten oder Fernsehern, Kühlschränken oder Autos) nicht missen möchte. Und während die breite Masse der Bevölkerung noch auf einem Standard-Niveau herumkrebst und glaubt, endlich ganz oben zu sein, merkt sie nicht, dass ihr die wirklich Reichen hier gnädig ein von ihnen längst verlassenes Feld geräumt haben, weil sie inzwischen ein weiteres Luxus-Niveau erreicht haben. Die Masse gibt sich zufrieden, wenn sie in sich wieder nach „unterem“ und „gehobenem“ Standard differenzieren kann. Demnach gibt es Standardmuster, -werte, -modelle, -ausführungen, -qualitäten usw. Legt man einen Standard fest, so gilt dieser als Richtschnur, als Norm. Das geschieht für die Ausbildung allemal, z.B. wenn man für einen angehenden Orchestergeiger festlegt, welches Niveau er durch sein Studium z.B. im Spielen einer Tonleiter erreicht haben muss. Das so festgelegte Standard-Niveau schwankt innerhalb eines zulässigen Bereiches. Wollte ein Geiger Konzertmeister, Solist, Virtuose von Weltklasse werden, müsste er den Standard eines Orchestergeigers entsprechend weit übertreffen; hier gelten eben höhere Standards. Während also einerseits mit „Standard“ eine gewisse Soll-Mittelmäßigkeit (Normalität) gemeint ist, wird das Wort andererseits in seiner Bedeutung nach dem Niveau der Anforderungen vollkommen relativiert. Da ist eben Luxus der Standard der Reichen. Und Virtuosität ist der Standard des Konzertmeisters. *Wenn man in einem Tätigkeitsbereich oder für Waren ein Qualitäts--Niveau als Bedingung für das Erreichen einer beruflichen Qualifikation oder einer Zulassungsgenehmigung (usw.) festlegt, so ist diese Festlegung ein Standard.* Ein Standard ist also eine Zielvorgabe seitens derer, die Anforderungs-Niveaus für berufliche Qualifikationen zu verantworten haben. Nun hat die allgemeinbildende Schule nichts mit beruflichen Qualifikationen zu tun; und Schüler sind keine Ware, keine Ausstattungsobjekte oder dergleichen, die auf einen bestimmten Qualitäts-Standard hin ab- oder auszurichten wären. *Völlig absurd ist es daher, für Bildung überhaupt Standards festlegen zu wollen, als wäre Bildung eine Ware, die man feilbietet und die der Schüler erwerben soll.* Eine Pädagogik und Bildungspolitik, die sich so in der Wortwahl vergreift, offenbart schon auf diese Weise, wes’ Ungeistes Kind sie ist, und sollte aus der Schule ferngehalten werden.

Was aber ist Kompetenz? Wir sagen, jemand habe die Kompetenz, antike Möbel zu beurteilen und zu bewerten, wenn er eine einschlägige gehobene, berufliche Qualifikation (kunstgeschichtlich, handwerklich und künstlerisch-ästhetisch) besitzt, über reichhaltige Erfahrung verfügt, also etliche Stücke aus den verschiedenen Epochen bereits gesehen hat und die entsprechende Marktlage kennt. Aber das alles ist noch nicht hinreichend für Kompetenz. Er muss für solche Beurteilungen und Bewertungen auch öffentlich *befugt* sein, sie müssen ihm *zustehen,* so dass er *zuständig* ist (Sachverständiger). Nur wer auf einem Gebiet kompetent (also höher berufsqualifiziert und zuständig) ist, ist auch in der Lage und berechtigt, seinerseits Standards festzulegen. Wiederum ist deutlich, dass die allgemeinbildende Schule mit derlei Kompetenzen nichts zu tun hat. Es ist entweder hochmütig oder dumm zu behaupten und zu fordern, die Grundschule könnte und sollte „mathematische Kompetenz“ vermitteln. Man stelle sich nur vor, dass da schon nach dem vierten Schuljahr lauter mathematisch kompetente Menschen herumlaufen. Ein Aufschrei geht durchs KMK-Papier: „Das meinen wir doch gar nicht“! Zugestanden; aber durch das Kompetenz-Geschwätz werdet ihr die Sprache noch so verwirren, dass es schließlich nur noch kompetente Menschen gibt. Es wird zu einer Aushöhlung des Kompetenz-Begriffes kommen. Wer kompetent ist, besitzt die subjektive Disposition und die öffentliche Zuständigkeit zur Festlegung objektivierter Standards. Kurz: **Ein Standard ist die *objektivierte Beschreibung* einer erwünschten oder als notwendig erachteten *Qualitäts-Norm* für Tätigkeiten oder Produkte; eine Kompetenz ist die *nachgewiesene Fähigkeit und öffentliche Zuständigkeit*,**

solche Qualitäts-Normen festzulegen und zu prüfen. Was sagt dagegen KLIEME über Kompetenz? Sie sei eine Disposition zur Bewältigung bestimmter Anforderungen. Diese Definition ist ein exzellenter „Weichmacher“. Kompetent ist demnach nicht jemand, der Qualitäts-Normen festsetzt, sondern auch schon jemand, der sie mit Ach und Krach erfüllt. Damit dreht sich der Spieß völlig herum – und das merkt man auch, wenn man die Bildungsstandards liest. Aber wie kam man auf diese Verkehrung? Die Klieme-Expertise offenbart es an zwei Stellen. Man stützte sich auf eine Definition von WEINERT (2001); demnach sind Kompetenzen „*die bei Individuen verfügbaren oder von ihnen erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nützen zu können“.* Lassen wir einmal die hier aufscheinende volitional-verkrampfte Sprachunfähigkeit außer Betracht, ein schwieriges Formulierungsproblem zu lösen. Dann müssen wir doch schließen, dass Grasmücken (die kleinen Vögelchen) hoch kompetente Individuen sind, weil sie all die Fähigkeiten besitzen, um in variablen Situationen erfolgreich auf ihrem gemeinsamen Zug sicher zu navigieren. Denken wir auch an eine Alfa-Wölfin, die ihr Rudel auf Jagd führt – absolut kompetent. Oder an einen Herrn mit dem himmlischen Namen Himmler, der wiederum für seinen Herrn höchst verantwortungsvoll ein bestimmtes Problem gelöst hat, sehr variabel, hoch motiviert, freien Willens und in sozialem Engagement mit seinen untergeordneten Schergen. Man fragt sich, wie eine Pädagogik so den Boden unter den Füßen verlieren kann. Und das überträgt man auch noch auf Bildung. Sollen wir etwa einem Mathematiker wie G. Cantor Bildung absprechen, weil er nicht fähig war, das Kontinuumproblem zu lösen; er war ja motiviert, willens bis zur Verzweiflung und im Gedankenaustausch mit Kollegen. Und selbst wenn er das Problem gelöst hätte, wie hätte er die Lösung nützen können? Also war er laut Definition nicht kompetent. Kompetent sind in diesem Sinne auch die Politiker nicht, denen es seit gut 20 Jahren nicht gelingt, das Problem der Arbeitslosigkeit zu lösen. Zugegeben, jede Wissenschaft kann ihre Begriffe definieren, wie sie es für nötig hält. Aber so etwas wie die obige Definition ist absolut unbrauchbar. Das demonstriert auch gleich die KLIEME-Expertise mit ihrem angefügten Sprach-Beispiel, weil da von Problemlösen nichts zu bemerken ist. Warum sollte auch Kompetenz nur mit Problemlösen zu tun haben? Ja, aber Kompetenz ist doch nur die *Disposition,* um ein Problem zu lösen, nicht das Lösen selbst! Noch schlimmer; denn wie will man denn wissen, ob diese Disposition vorhanden ist, wenn das Problem nicht gelöst wird. Und selbst wenn ich den fünfjährigen Enkel bitte, fünf Nägel aus der Schachtel zu nehmen und mir zuzureichen, und er das tadellos macht, dann kommt es doch einer Verhöhnung gleich, wollte ich verkünden, er sei in dieser Hinsicht *kompetent*, weil er nachweislich die Disposition zur Bewältigung dieser Anforderung besitzt. Ah, Verzeihung, das war ja gar kein Problem für ihn, obwohl mir seine Fähigkeit von Nutzen war. So macht sich Pädagogik zum „Hanswurst in allen Gassen“, wie es die empirische Pädagogische Psychologie Hand in Hand ebenfalls praktiziert. In Betracht sollte auch gezogen werden, dass es zur Bildung gehört, Probleme (z.B. sozialer Art) unter Umständen nicht aufkommen zu lassen, sie in weiser Voraussicht zu *vermeiden*. Solche Klugheit würde nun ganz und gar nicht als „Kompetenz“ im Weinert'schen Sinne bezeichnet werden können. Aber es ist ja wiederum ein Problem, Probleme zu vermeiden, und viele schaffen es, das Problem zu lösen, wie sie einem Problem ausweichen können.

6.) Weshalb sollte Mathematik ein *allgemeinbildendes* Schulfach sein?

Da wird gern mit der Wissenschaft „Mathematik“ argumentiert, mit ihrer Klarheit, Exaktheit, Systematik, dem hohen Denkanspruch usw. Aber davon kommt in der Grundschule nichts zum Vorschein und auch im Gymnasium geht offensichtlich wenig Motivation davon aus. Man hat es ja versucht, die Wissenschaftlichkeit nach Kräften einfließen zu lassen, und ist gescheitert. Man sollte es auch nicht mit der Alltagstauglichkeit von Mathematik versuchen, weil doch jeder rechnen und kalkulieren müsse usw. Mathematik braucht man nicht. Denn das haben längst Computer und ihre Programme übernommen. Man kann es auch nicht mit der Anwendung der Mathematik in anderen Wissenschaften begründen (Physik, Biologie, Technik, Ingenieurwissenschaft, Finanz- und Versicherungswesen usw.); denn diese Anwendungen sind inzwischen so speziell, dass sie nur für Fachleute notwendig und brauchbar sind. Der sogen. „Anwender" durchschaut nicht die Apparate, die er benutzt; das Mathematische ist in ihnen vollständig verhüllt, unauffindbar, unerkennbar. Schon gar nicht kann man Mathematik als Allgemeinbildung damit rechtfertigen, dass man ja Grundlagen für eine Berufsausbildung schaffen muss, bei der Mathematik „unverzichtbar" ist. Denn was berührt das die vielen, die so etwas nicht werden wollen, die Künstler, die Literaten, die Historiker, Archäologen, Theologen usw. Und mit der Angst vor wirtschaftlich-technischem Rückschritt gegenüber anderen Staaten, hat man doch schon einmal eine Bildungsreform motiviert (ca. 1965 bis 1980), die voll in die Hose ging, obwohl das vielleicht der Grund ist, weshalb man mit den jetzigen Bildungsstandards jeden ausdrücklichen Anschluss an die damaligen Lehrplan-Präambeln vermieden hat.

Wir sollten strikt auseinanderhalten: Mathematik als Wissenschaft (wie sie sich in wissenschaftlichen Abhandlungen darstellt), als Schulfach (wie sie sich in Schulbüchern darstellt) und als Unterricht (wie das Lernen tatsächlich vonstatten geht). **Mathematik lässt sich als allgemeinbildendes Schulfach nur rechtfertigen, wenn Kinder ihren Nachahmungs- und Erkundungsdrang, ihren Bewegungsdrang, ihre Neugier, ihre Wissbegier, ihre Träume, ihre Wünsche, ihren Bewährungswillen, ihren Bestimmungswillen und ihre Verantwortung einbringen können, wenn ihre Entdeckungen – für den Erwachsenen oft trivial und kaum beachtenswert – für sie zum Abenteuer werden, das Anreize schafft, sich Unsicherheiten und Unwägbarkeiten auszusetzen.** Es ist zunächst einmal gleichgültig, an welchem „Stoff" das passiert. Warum sollten Jugendliche im Gymnasium nicht drei Monate lang erkunden dürfen, was mit Parabeln los ist. Setzt man ihnen das nur vor die Nase, werden sie gleich bei den ersten „Faden-Rissen" fragen, wozu sie das wohl brauchen sollten, und ihr Interesse verlieren. Es ist schon merkwürdig, dass selbst Studenten solche Fragen immer auf den Lippen haben, aber nicht wenn es um sportliche oder künstlerische Betätigung geht, außer sie bekommen auch hier eine unverständliche Theorie vorgesetzt, die angeblich aber „ganz einfach" ist. Andererseits darf praktische Betätigung nicht ohne Theoretisierung erfolgen, weil jene sonst in Stumpfsinn endet. Aber zur aktiven Theoretisierung werden Kinder nicht angehalten, man traut sie ihnen nicht zu und wundert sich dann, dass sie gegen den „Stumpfsinn" aufbegehren.

Kurz: Mathematik wird nicht durch ihre Inhalte zu einem Bildungsfach [Wissensballast für 3 bis 4 Wochen], auch nicht durch die Art, wie diese Inhalte wunderschön gegliedert und aufeinander aufgebaut sind [widerlicher geistiger Zuchtmeister], auch nicht durch ihre in der Schule oft gekünstelt wirkende Anwendbarkeit [blöder Krempel]. **Wenn wir uns nicht *ernsthaft* darum bemühen, dass Mathematisches aus dem persönlichen Denken des Kindes hervorgehen kann, dann ist Mathematik *als Schulfach in der allgemein bilden wollenden Schule* nicht zu rechtfertigen, d.h. dann hat sie dort nichts verloren. Ebensogut könnte man die Schüler ja mit dem Melken von Schafen beschäftigen.** Von Problemen solcher Rechtfertigung findet sich in den neuen „Bildungsstandards" keine Spur; da hat man sich das Leben leicht gemacht: Mathematik war schon immer ein Schulfach und soll es auch bleiben. Außerdem gibt es nach gewissen Pädagogen (s. KLIEME-Expertise) ja sogar eine „mathematisch-naturwissenschaftliche Welterfahrung". Da hat man immer noch nicht begriffen, dass Mathematik keine Naturwissenschaft ist und auch kein Modus, wie wir Welt erfahren, sondern wie wir Welterfahrung *vereinfachend und weitgehend kontrolliert interpretieren können*. Wenn wir Gegenstände als konkrete Einheiten auffassen und zählen, dann ist das eine höchst vereinfachende Interpretation der Realität. Und wer glaubt, sein

Spiegelbild, das er im Wasser sieht, sei ein kongruentes Bild seines Gesichtes, ist durch den schlechten Unterricht genarrt, weil er nicht begriffen hat, dass mathematische Spiegelbilder idealisierende Vereinfachungen sind, die einen solchen Rückschluss auf die Wirklichkeit gar nicht zulassen. Leider begünstigt die Schule vielfach eine unkritische Übertragung mathematischer Modelle auf die Wirklichkeit und verdirbt damit die kritische Offenheit des jungen Menschen, Welt zu erfahren. Auch das KMK-Papier liefert in Aufgabenbeispiel Nr.11 (S. 28) gleich etliche Musterbeispiele für das „gute" Verhältnis von Mathematik und Wirklichkeit: Die Planskizze (Rechteck) von Frau Blum lässt jegliche Andeutung von Proportionalität vermissen. Vielleicht deshalb, weil man sich ja bei einem geometrischen Beweis nicht ans Messen von gezeichneten Strecken machen soll. Schaut man aber auf die angegebenen Maßzahlen, sieht man ohne die geringste Rechnerei, dass man vier Rollen Maschendraht kaufen muss (danach ist gefragt). Dann aber wird man stutzig: Was bedeuten die großen Querstriche am Tor? Die Längsstriche sollen ja wohl den Zaun simulieren. Ist da vielleicht noch ein beidseitig bezäunter Laubengang geplant? Und woher soll man jetzt wissen, wie lang der werden soll? Man wird also Herrn Blum doch raten, nicht vier, sondern fünf Rollen Draht zu kaufen. Man kann ja nicht wissen, was ihm sonst noch alles bei der Einzäunerei passiert. Man kann ja zur Not eine Rolle zurückgeben. Schon mal gemacht, Frau Bildungskommissionsrätin?

Man sollte daher Zweifel an der Berechtigung von Mathematikunterricht nicht einfach durch das Anstreben irgendwelcher mathematischer Kompetenzen beseitigen; schon gar nicht, wenn sie so naiv formuliert sind wie in dem KMK-Papier: Mathematik als „Erlösung und Heilsbringerin" des Menschen. Man muss begründen, warum Mathematik in der Schule zu einem Bildungsfach werden sollte. Dazu müssen zwei Fragen beantwortet werden. Erstens: Unter welchen Bedingungen kann Unterricht als Bildungsprozess gelten? Zweitens: Inwiefern kann Mathematik als Schulfach zur Realisierung dieser Bedingungen beitragen? Eine Beantwortung der ersten Frage kann nur aus einem Menschenbild kommen, das zu realisieren man für wertvoll erachtet. Aber darauf hat sich auch das Klieme-Papier nicht eingelassen. Es wäre ja auch für den Zweck der KMK unbrauchbar geworden, etwa der Ansicht eines H. v. HENTIG zu folgen, obwohl in dem ganzen Klieme-Papier andauernd von allgemeinen Bildungszielen die Rede ist, aber nie eines genannt wird, außer in dem Zitat v. HENTIGS. An dieser Stelle jedoch ging bei den Kommissionsverhandlungen das Licht aus.

Exkurs: Noch mehr Satirisches zum Thema „Bildungsstandards"

Unsere Bildungsminister (hervorgegangen aus dem Stande der Tempeldiener der germanischen Göttin „Billigdunga" – heute nur noch unter dem Namen „Kunstdünger" bekannt) wissen sehr genau, wie man den (lieben) Mitbürgerinnen und Mitbürgern verklickern kann, dass man sich in nicht überbietbarem Ausmaße um ihre Bildung bemüht, ohne eine Gehirnwindung mehr als nötig krumm zu machen. Ganz einfach: Man wirft ein hartes Los über gewisse Leute und verschafft ihnen zum Ausgleich die Ehre, in eine Experten-Krabbelgruppe berufen zu werden, die man mit dem Titel „Bildungskommission" tarnt. Diese Leute bekommen den Auftrag, alles zusammenzutragen, was ihnen bisher an Lernzielen für Schulabschlüsse bekannt geworden ist. Das tun die auch gehorsam und fleißig und schütten (gegen Entlohnung) ganze Reisekoffer voller Vorlesungsskripten, Zeitschriften, Bücher und Notebooks zwischen die Kaffeekannen und Kekse auf die Sitzungstische; auch die Portfolios wurden nicht vergessen, schon weil auch Leiter von sogen. Studienseminaren zu dieser Kommission gehörten. Diese hatten trotz ihrer eminenten didaktischen Begabung größte Schwierigkeiten, ihren unbedarften Kollegen klar zu machen, was überhaupt ein Portfolio ist. Diese taten nämlich wiederum ihr Bestes und verwechselten das an- und ausdauernd mit dem Portefeuille der Minister oder gar mit ihrem eigenen Portemonnaie.

Sobald auf den Tischen nichts mehr Platz hatte, erhielten die Krabbler den Auftrag, ein kurzes Sammelsurium zu verfassen, in dem das Wort „Lernziel“ immer durch „Bildungsstandard“ zu ersetzen sei. Und wo bisher von Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten die Rede war, sollte man das Wort „Kompetenz“ einsetzen. Wo auch immer von „Defiziten“ des Schulsystems die Rede war, sollte man jetzt „Herausforderung“ schreiben. Es sollte natürlich alles „transparent“ und „vergleichbar“ und für ein paar Vertreter aus möglichst vielen „Schaften“ (Wirtschaft, Wissenschaft, Wirtschaftswissenschaft, Lehrerschaft, Elternschaft, Schülerschaft, Zuhörerschaft, Parteimitgliedschaft etc.) öffentlich gemacht werden, damit nachher niemand maulen könne, er sei nicht zum Zuge gekommen, weil der schon abgefahren war. Eingeschärft wurde auch, an Qualität niemals zu zweifeln; das wäre hinterhältig, weil es bei uns noch nie schlechte Qualität gegeben habe (von wegen Gammelfleisch – nur üble Gerüch(t)e – schon gar nicht in der Bildungspolitik. Es gehe nur darum, Qualität zu „sichern“. Damit aber niemand merke, dass eventuell doch Bedenken gegenüber der Qualität von Unterricht aufkommen könnten, sollte dieser „extern und intern“ (lies: von vorne bis zum Hintern) immer wieder „evaluiert“ werden (jedenfalls so eine Art Zentralabitur schon im 4. Schuljahr). Diese Evaluation sollte dem neu gegründeten Ritterorden von Psychologen mitsamt seinen Knechten anvertraut werden, weil die aufgrund ihrer vielen kleinen und großen Statistiken am besten wüssten, wie man ein Volk verschaukeln und den größten Blödsinn in werbeträchtigem Glimmer und Gewimmer als Bildung zur Show stellen könnte (nach dem Vorbild der Nation in einer täglichen TV-Sendung). Kommt einfach an – Entschuldigung: findet große Akzeptanz! In dem daraufhin einsetzenden Tumulte zur Auswahl und Änderung der Texte fand der Großmeister der Psychologenritterschaft, der immer mit einem Helm auf dem Kopfe herumlief, um vor minderwertiger geistiger Einstrahlung geschützt zu sein, gerade deshalb Gelegenheit, gründlich anzudenken, wie er durch ein Experiment empirisch nachweisen könnte, dass Zahlen platonische Ideen seien. Jetzt sah er seine Chance gekommen, berühmter zu werden als Platon. Er beauftragte einen der Bildungsminister, der seit Jahren dafür bekannt war, keine Ideen zu haben, und insofern garantiert unvoreingenommen war, sich eine Zahl auszudenken, sie aber niemandem zu verraten. Alle anderen Kommissionäre mussten die Schuhbänder aus ihren Schuhen ziehen, sie auf gleiche Länge schneiden und an spitzen Fingern genau 0,735537 Meter über dem Fußboden halten, um sie auf Befehl gleichzeitig fallen zu lassen. Nach immerhin sieben weiteren Sitzungen, in denen dies und das getrieben wurde, ringelten sich einige der Schuhbänder so auf dem Fußboden, dass man bei vorsichtiger Interpretation geneigt sein konnte, sie als Zeichen für die gedachte Zahl zu deuten. Jedoch war sich der Minister nicht mehr so sicher, sich diese Zahl gemerkt zu haben. (Wegen ihres hoch-selektiven Gedächtnisses werden ja Politiker berühmt.) Man stellte dies jedoch als Hypothese in den ansonsten gedankenfreien Raum des Sitzungszimmers, rechnete alles mehrfach hoch und runter und veröffentlichte in allen wissenschaftlichen Blattwerken als empirisches Ergebnis, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0735537 % (hätte man das nicht vorher wissen können?) Zahlen platonische Ideen sein könnten. Man ersparte es damit dem Steuerzahler, noch zusätzliche Kosten für eine Pilgerfahrt der Ritterschaft zum Orakel des Heiligen Delphoi aufbringen zu müssen, auch weil der neuerdings keine Werbegeschenke mehr verteilte. Ein anderer Minister, der als Besserwisser galt, verkündete daraufhin, er habe bei Zahlen diesen Verdacht schon immer gehabt, besonders wenn der Finanzminister sie darzustellen versuchte. Er habe sich aber nicht artikulieren können. Das sei schließlich Sache für Experten. Dennoch riet er aus purer Bescheidenheit dazu, dieses Ergebnis keinesfalls direkt, sondern allenfalls hintergründig an das Volk weiterzugeben und es nicht zu einem Bildungsstandard zu erheben, obwohl der Ordensgroßmeister dies vehement durchzusetzen versuchte. Er wurde jedoch mit dem Hinweis in die Beschränktheit gewiesen, dass schon Friedrich der Große davor gewarnt hatte, die Schüler zu gescheit werden zu lassen, was zur Folge haben würde, dass allesamt in die Bildungsmetropole Berlin strömten. Das leuchtete auch dem Hofpsychologen ein, wollte er doch in Berlin sein Hotelzimmer nicht verlieren. Man konnte sich aber auf einen Kompromiss einigen: Zahlen und Operationen wurden kurzersicht als „Leitideen“ bezeichnet. Die Schüler sollten nicht etwa Kompetenz aufweisen im Umgang mit Zahlen (wäre ja auch unmöglich), sondern sie sollten lediglich verstehen, wie man Zahlen *darstellt* (auch wenn sie nicht wissen konnten, *was* sie da eigentlich darstellen sollten) und wie man *rechnet* (auch wenn sie nicht ahnen konnten, *womit* sie da eigentlich rechneten). Und damit niemand so leicht bemerkt, dass die Schüler somit auch weiterhin in einer dunklen Kompetenzhöhle hausen würden, wusste man alles so verschraubt zu formulieren, dass der inkompetente Leser an seiner eigenen Intelligenz zweifeln muss, ohne die der Bildungs(kom)missionare in Frage zu stellen. Und weil man die Berufskompetenz der Lehrer zumindest nicht öffentlich in Zweifel ziehen lassen wollte, dürfen sie nun wieder bestimmen, welche Niveaustufen der Schüler auch fürderhin keinesfalls erreichen darf, um nicht die Bildungsstandards der Lehrerschaft zu gefährden. Sonst könnte ja jemand auf die verschrobene Idee kommen, PISA-Prüfungen an Lehrern statt an Schülern vorzunehmen. Solche Gefahren abzuwenden, ist höchste Staatskunst. Ganz zufrieden mit diesem Ergebnis durfte sich freilich der oberste aller Leibpsychologen seiner Exzellenz nicht zeigen – nur sich selber nicht den Arbeitsplatz rauben! Seitdem grübelt er – immer während sein Notebook anfährt, mehr Zeit hat er nicht –, wie er den Schuhband-Test evaluieren, standardisieren, justieren, objektivieren, simulieren, strangulieren, nachpolieren usw. könnte, um die Wahrscheinlichkeit doch noch wenigstens um eine weitere Kommastelle zu verlängern. Inzwischen sind auch viele Ordens-Novizen (Doktoranden) aufgrund ihrer exzellenten Vorleistungen im Schuhbandstrecken damit beschäftigt zu prüfen, ob die Schuhbänder auch wirklich alle gleich lang sind, gleich dick, aus gleichem Material, gleich verarbeitet usw. Als unlängst ein angesehener Professor für Physik (etwa vom Range C. Fr. v. Weizsäckers) ihnen zu bedenken gab, dass dies ja auch platonische Ideen sein könnten, so dass die Untersuchung nur das wieder zutage fördere, was man schon voraussetze, waren sie über dieses Ansinnen so erbost, dass sie den Mann kurz entschlossen auf eine astronomische Weltreise zum Pluto schickten, damit er ihnen nicht ihre heilige Kuh (die Empirie) schlachte, sondern nachschaue, ob an diesem Himmelskörper das Schild „Planet“ angebracht sei. Dass der Professor von seiner Reise nicht so schnell zurück sein würde, wussten sie garantiert nicht aus ihrer Schulzeit, wohl aber aus dem Sonntagsblatt „Bild-Unkenrufe“, das von der anständigen Konferenz der Kultusminister ständig wieder herausgegeben wird. Diese Zeitung widmet sich vor allem der Verbreitung haruspicaler Methoden in der germanischen Orthographie; so fand sich letztens der Ratschlag für Legastheniker (obwohl die ja längst ausgestorben sind), sie sollten, wenn sie nicht wüssten, ob man „zusammen“ zusammen oder aus ein an der schreibt, den Flug der Vögel (wie im alten Rom) beobachten, die würden auch manchmal zusammen-, manchmal auseinanderfliegen. Apropos „Vögel“: In einer Randbemerkung erwähnten die Bild-Unkenrufe, dass gewisse Kultusministerien die Neugründung von kleinen Wandervogel-Vereinen planen, die mit ihren bewährten Liedern von Schule zu Schule ziehen sollen, um die Lehrer fröhlich und höflich daran zu hindern, die alte Leier zu drehen. Außerdem sind die bildenden Unkenrufe dafür berühmt, dass sie sich seit langem dem Fremdgehen in der deutschen Sprache, insbesondere in der Amtssprache, ebenso rücksichts- wie erfolglos widersetzen, um nicht die nationalen Werte auf dem Leitkulturflohmarkt verhökern zu lassen. Aber auch um die Verbreitung neuester Forschungsergebnisse ist das Blatt bemüht: In seiner letzten Ausgabe (vom 1. April) wurde z.B. durch eindringliche Fotos auf der Titelseite belegt, dass die Mondphasen doch durch den Erdschatten zustande kommen; außerdem haben sich laut einer telekomischen Umfrage 98% aller Menschen eindeutig dafür ausgesprochen. Dies sei, so vermerkte das Blatt, als demokratischer Weltwille zu respektieren. Endlich ein unerschütterlicher Bildungsstandard für alle künftigen Abiturienten, die Lehrer werden wollen!