

4. Aufgabenblatt zur Vorlesung Sachrechnen und Größen (Winter 2019)

1a) Gegeben seien zwei Messwerte: $a = a_{Best} \pm \delta a$ und $b = b_{Best} \pm \delta b$. Zeigen Sie, dass für den kleinst möglichen Wert des Produkts bzw. Quotienten von a und b gilt:

$$ab|_{min} \approx a_{Best} \cdot b_{Best} \cdot \left(1 - \frac{\delta a}{a} - \frac{\delta b}{b}\right) \quad \text{bzw.} \quad \frac{a}{b}|_{min} \approx \frac{a_{Best}}{b_{Best}} \cdot \left(1 - \frac{\delta a}{a} - \frac{\delta b}{b}\right)$$

(Hinweis: In der Vorlesung wurden entsprechende Formeln für den größt möglichen Wert des Produkts bzw. Quotienten hergeleitet)

b) Geben Sie zwei Zahlenbeispiele für die Gültigkeit von $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ an und zwei Zahlenbeispiele, wo diese Abschätzung nicht zutrifft.

2a) Eine Messung liefert folgende Ergebnisse:

$$a = (5 \pm 1) \text{ cm}; \quad b = (18 \pm 2) \text{ cm}; \quad c = (12 \pm 1) \text{ cm}; \quad t = (3,0 \pm 0,5) \text{ s}; \quad m = (18 \pm 1) \text{ g}.$$

Berechnen sie mithilfe der Regeln zur Fehlerfortpflanzung bei den Grundrechenarten die folgenden Ausdrücke mit ihren Unsicherheiten und prozentualen Unsicherheiten:

(i) $a + b + c$, (ii) $a + b - c$, (iii) $c \cdot t$, (iv) $4a$, (v) $b/2$ und (vi) mb/t .

b) Berechnen Sie wie in a) die folgenden Ausdrücke:

(i) $(5 \pm 1) + (8 \pm 2) - (10 \pm 4)$; (ii) $(5 \pm 1) \cdot (8 \pm 2)$; (iii) $(10 \pm 1)/(20 \pm 2)$; (iv) $2\pi \cdot (10 \pm 1)$.

c) Berechnen Sie die Terme aus a) unter der Annahme, dass alle Unsicherheiten unabhängig und zufällig sind, d. h. unter Verwendung der quadratischen Addition.

3) Füllen Sie die Tabelle unter Verwendung der folgenden Messergebnisse aus:

$$a = 50 \pm 5, \quad b = 30 \pm 3, \quad c = 40 \pm 1, \quad d = 7,8 \pm 0,3 \quad (\text{alles in cm}).$$

	„maximale Fehleraddition“	„quadratische Addition“
a + b		
a + c		
a + d		

Wenn wir annehmen, die Unsicherheiten würden mit nur einer signifikanten Stelle benötigt. In welcher der drei Summen kann dann die zweite Unsicherheit (d.h. die von b, c oder d) völlig ignoriert werden?