

## 5. Aufgabenblatt zur Vorlesung Sachrechnen und Größen (Winter 2019)

- 1) Eine Größe  $x$  werde fünfmal gemessen mit den Ergebnissen: 5, 7, 9, 7, 8.
  - a) Berechnen Sie den Mittelwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung  $\sigma_x$ .  
(Rechnen Sie die Aufgabe selbst. Drücken Sie nicht nur die entsprechenden Knöpfe an Ihrem Taschenrechner. Geben Sie an, welche Definition von  $\sigma_x$  Sie verwenden.)
  - b) Zur Berechnung der Standardabweichung  $\sigma_x$  von  $N$  Messwerten  $x_1, \dots, x_N$ , benötigt man die Summe  $\sum(x_i - \bar{x})^2$ . Beweisen Sie, dass diese Summe wie folgt umgeschrieben werden kann:  
$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = (\sum x_i^2) - N \cdot \bar{x}^2$$
  - c) Berechnen Sie die Standardabweichung für die Werte in a) mithilfe der Gleichung aus b) neu.
  
- 2) Zwei (unterscheidbare) Münzen, deren Seiten jeweils mit den Zahlen +1 und -1 gekennzeichnet sind, werden geworfen und anschließend der Mittelwert der geworfenen Zahlen berechnet. Die möglichen Ergebnisse sind -1, 0 und +1. Der Mittelwert -1 kommt zustande, wenn beide Münzen -1 zeigen: (-1,-1); entsprechend +1 beim Wurf (+1,+1). Aber der Mittelwert 0 ergibt sich sowohl beim Wurf (-1,+1) als auch bei (+1,-1). Wir wollen daher idealisiert annehmen, dass bei vier Würfen dieser Art einmal das Ergebnis -1 vorkommt, einmal 1 und zweimal 0, also: -1, 0, 0, 1. Der Mittelwert dieser Ergebnisse ist 0, die Standardabweichung ist  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ .
  - a) Berechnen Sie ebenso Mittelwert und Standardabweichung beim Wurf mit 3 und 4 Münzen.
  - b) Stellen Sie eine Vermutung auf für Mittelwert und Standardabweichung beim Wurf von  $n$  Münzen. Vergleichen Sie diese mit der Formel aus der Vorlesung zur Berechnung der Standardabweichung des Mittelwerts ( $\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / \sqrt{N}$ ).
  
- 3) In der Tabelle sind 10 Messungen für die Länge und Breite eines Rechtecks notiert (s. Vorlesung: „Die Standardabweichung des Mittelwerts“).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>		
2	$\ell$	24,25	24,26	24,22	24,28	24,24	24,25	24,22	24,26	24,23	24,23		
3	$b$	50,36	50,35	50,41	50,37	50,36	50,32	50,39	50,38	50,36	50,38		
4	$A = \ell \cdot b$												= $\bar{A}$
5	$(A - \bar{A})^2$												= $\sigma_A$
6													= $\sigma_{\bar{A}}$

- a) Berechnen Sie für jedes der 10 Paare von Messwerten in LibreOffice Calc die Fläche  $A$  des Rechtecks, den Mittelwert  $\bar{A}$ , die Standardabweichung  $\sigma_A$  und auf zwei Stellen gerundet die Standardabweichung des Mittelwerts  $\sigma_{\bar{A}}$ . Was ist in den Zellen B4, B5, L4, L5 und L6 einzutragen? - ohne die vorhandene Funktion für die Standardabweichung in Libre Office zu verwenden!
- b) Vergleichen Sie die Ergebnisse für  $\bar{A}$  und  $\sigma_{\bar{A}}$  mit den Werten aus der Vorlesung. Weshalb sind die Werte nicht gleich?