Michael Johann

6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Sachrechnen und Größen (Winter 2019)

1) Die Schüler einer 4. Klasse werden aufgefordert, die Dauer von 10 Sekunden zu schätzen. Es steht eine Stoppuhr zur Verfügung, die dann gestoppt wird, wenn der Schüler Zeichen gibt, seiner Meinung nach seien 10 Sekunden vergangen. Die gestoppten Zeiten werden auf Zehntelsekunden genau notiert. Es ergibt sich die folgende Liste (in Sekunden, und der Größe nach geordnet): 1,7 – 3,0 – 3,1 – 3,2 – 4,2 – 4,5 – 5,0 – 5,2 – 5,4 – 5,4 – 5,6 – 5,6 – 5,8 – 5,9 – 6,0 – 6,0 – 6,1 – 6,4 – 7,3 – 7,4 – 8,1 – 8,8 – 9,6.

a) Erstellen Sie Stabdiagramme und Histogramme, jeweils mit der Klassenbreite 1s und 2s.

b) In der Tabelle sind die relativen Häufigkeiten (r_i) der obigen Werte (x_i) zu berechnen und <u>damit</u> der Mittelwert der gemessenen Zeiten (C22). In Spalte D soll das Produkt $r_i x_i^2$ berechnet werden und <u>damit</u> die Standardabweichung der x_i.
Hinweis: $\Sigma r_i \cdot (x_i - \overline{x})^2 = \Sigma(r_i \cdot x_i^2) - \overline{x}^2$, s. Aufg. 1b von Aufgabenblatt 5.
Was ist in den Zellen C2, D2 einzutragen, was in den Zellen C22 und D22 ?
Berechnen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung auch direkt mithilfe geeigneter Funktionen des Programms.

	A	B	C	D
1	x_i	r_i	$x_i \cdot r_i$	$x_i^2 \cdot r_i$
2	1,7			
3	3			
4	3,1			
5	3,2			
6	4,2			
7	4,5			
8	5			
9	5,2			
10	5,4			
11	5,6			
12	5,8			
13	5,9			
14	6			
15	6,1			
16	6,4			
17	7,3			
18	7,4			
19	8,1			
20	8,8			
21	9,6			
22				
23			**Mittelwert**	**Std.abw.**

c) Geben Sie ein 70%-iges Vertrauensintervall an für:
i) ein mögliches Messergebnis bei einem weiteren Schüler,
ii) einen möglichen Mittelwert einer weiteren Klasse gleichen Umfangs.

2a) Eine Größe x wird wiederholt und sorgfältig gemessen. Das Endergebnis hat den Wert 9,5 mit der Standardabweichung 0,1. Theoretisch zu erwarten war jedoch der Wert 9,8. Ist diese Diskrepanz signifikant, wenn man davon ausgeht, dass die Messwerte normalverteilt sind mit Zentrum 9,8 und Standardabweichung 0,1 ?

b) Zwei verschiedene Messreihen für eine Größe x führen zu den Ergebnissen $x_A = 13 \pm 1$ bzw. $x_B = 15 \pm 1$, wobei die Unsicherheiten Standardabweichungen sind. Berechnen Sie die Differenz $x_B - x_A$ und ihre Unsicherheit. Ist die Diskrepanz signifikant?

3) Eigenschaften der Standardabweichung:

a) $a_1, \ldots, a_n$ seien Messwerte. Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)=\sum_{i=1}^{n}(x-a_i)^2$ bei $x = \bar{a}$ ein Minimum hat. (Setzen Sie die Ableitung gleich 0).

b) Es sei $\sigma(a_1,\ldots,a_n)$ die Standardabweichung von $a_1, \ldots, a_n$. Zeigen Sie:
$\sigma(b\cdot a_1,\ldots,b\cdot a_n)=b\cdot\sigma(a_1,\ldots,a_n)$

4) Drei Stichproben mit den Umfängen 20, 30 und 50 werden zu einer einzigen Stichprobe vom Umfang 100 zusammengefasst. Die Mittelwerte dieser Stichproben seien 14, 12 und 16.

a) Wie groß ist der Mittelwert der Gesamtstichprobe?

b) Kann der Median der Gesamtstichprobe 0 sein?
(<u>Median:</u> Die Messwerte $a_1, \ldots, a_n$ seien der Größe nach geordnet: $a_i \le a_j$ für $i \le j$. Dann ist ihr Median der Messwert, der sich in der Mitte der geordneten Reihe befindet bzw. der Mittelwert der beiden mittleren Messwerte. Das ist also der Messwert $a_{(n+1)/2}$, falls n ungerade ist, bzw. $\frac{1}{2}(a_{n/2} + a_{n/2+1})$, falls n gerade ist.)