6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik

Abgabe bis Mo., 10.06., 12 Uhr, in: Vorlesung / Übungen / Briefkasten Geb. I, Erdgeschoss.

1) „Übersetzen" Sie schriftlich:

$612 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{2}$	$1110\,0111_2 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{10}$	$4\,953 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{6\times10}$
$612 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{8}$	$1110\,0111_2 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{8}$	$24\,872 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{6\times10}$
$612 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{16}$	$1110\,0111_2 = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{16}$	$23;45_{6\times10} = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{10}$
		$2;34;50_{6\times10} = \underline{\qquad\qquad\qquad}_{10}$

2a) In der Tabelle wird die Zahl in Zelle B1 (=222) in ein Stellenwertsystem umgerechnet, dessen Basis in Zelle A1 steht (=5). Dazu wird fortlaufend Division mit Rest angewandt. Der erste Quotient steht in B2, der zugehörige Rest daneben in C2 (222:5 = 44 R 2). Die weiteren Quotienten und Reste folgen in den Zeilen darunter (44:5 = 8 R 4, ...). Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B2 und C2 erforderlich – insbesondere, wenn man sie auf die Zellen darunter übertragen möchte?

	A	B	C
1	5	222	
2		44	2
3		8	4
4		1	3
5		0	1

2b) In den Zellen B1 bis E1 stehen die Ziffern der Zahl eines Stellenwertsystems, dessen Basis in Zelle A1 angegeben ist (1342_5). Darunter folgt die Umrechnung ins Dezimalsystem nach dem Hornerschema. Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B3 und C2 erforderlich – insbesondere, wenn man sie auf die Zellen rechts daneben übertragen möchte?

	A	B	C	D	E
1	5	1	3	4	2
2			5	40	220
3		1	8	44	222

3) Addieren Sie an der Stellentafel und notieren Sie dementsprechend die Rechnung:

<u>2er-System:</u>

1010 + 1111 =
111 + 111 =
1111 + 1 =

<u>8er-System:</u>

777 + 1 =
12345 + 67 =

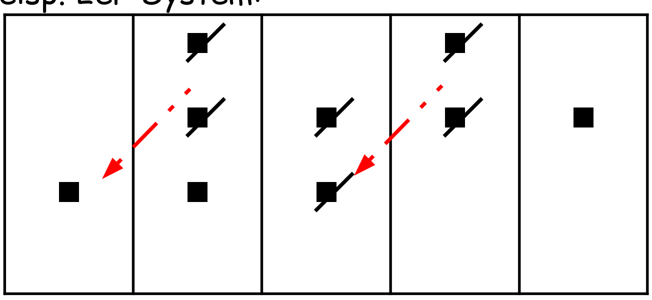
<u>16er-System:</u>

9ABC + DEF =
10029 + FE2 =

<u>6×10er-System:</u>

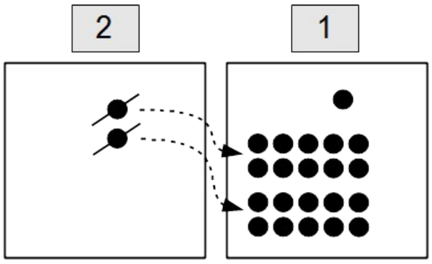
55;55 + 5;55 =
59;59 + 59;59 =

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1111 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1}\ \\ \hline 11001 \end{array}$$

4) Im Zehnersystem gilt $21 = 2 \cdot 10^{1} + 1 \cdot 10^{0}$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.



a) Erläutern Sie grafisch entsprechend die Zahl 1221_3.

b) Ist 1234560 eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis b ($b \geq 7$), dann gilt:

$$1234560 = ?\cdot b^0 + ?\cdot b^1 + \ \dots\ + ?\cdot b^? + ?\cdot b^? + ?\cdot b^? = \sum_{i=?}^{?} a_i \cdot b^i$$ mit $a_0 = ?$, $a_1 = ?$, ???, $a_? = ?$

c) Erklären Sie mit dem Entbündeln an der Stellentafel, weshalb die **k**-te Stelle den Wert b^{k-1} hat und nicht b^{k}.

5) Man kann die geometrische Reihe $3^0+3^1+3^2+3^3$ als die Zahl 1111_3 im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis 10000_3 ($= 3^4$).

$$\boxed{\begin{aligned} 3^0+3^1+3^2+3^3 &= 1111_3 \quad ;|\cdot 2 \\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3) &= 2222_3 \quad ;|+1 \\ 2\cdot(3^0+3^1+3^2+3^3)+1 &= 10000_3 \\ &= 1\cdot 3^4 \end{aligned}}$$

Also ist $2 \cdot \left(3^0+3^1+3^2+3^3\right) + 1 = 3^4$ oder $3^0+3^1+3^2+3^3 = \dfrac{3^4-1}{2}$.

a) Zeigen Sie ebenso, dass $7^0+7^1+7^2+7^3+7^4 = \dfrac{7^5-1}{6}$ ist, und

b) verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $7^0+7^1+7^2+\dots+7^n$.

Zeigen Sie also, dass $7^0+7^1+7^2+\dots+7^n = \dfrac{7^{n+1}-1}{6}$ ist.