

6. Aufgabenblatt zur Vorlesung Arithmetik

Abgabe bis Mo., 25.05., 12 Uhr, in: Vorlesung / Briefkasten Geb. I, Erdgeschoss.

1) „Übersetzen“ Sie schriftlich unter Verwendung der Division mit Rest bzw. des Hornerchemas:

$$\begin{array}{lll}
 362 = \underline{\hspace{2cm}}_2 & 1100\ 1000_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{10} & 1;23;45_{6 \times 10} = \underline{\hspace{2cm}}_{10} \\
 362 = \underline{\hspace{2cm}}_8 & 1100\ 1000_2 = \underline{\hspace{2cm}}_8 & 10\ 000 = \underline{\hspace{2cm}}_{6 \times 10} \\
 362 = \underline{\hspace{2cm}}_{16} & 1100\ 1000_2 = \underline{\hspace{2cm}}_{16} & 10;03;20_{4 \times 5} = \underline{\hspace{2cm}}_{10} \\
 & & 11\ 580 = \underline{\hspace{2cm}}_{4 \times 5}
 \end{array}$$

2a) In der Tabelle wird die Zahl in Zelle B1 (=222) in ein Stellenwertsystem umgerechnet, dessen Basis in Zelle A1 steht (=5). Dazu wird fortlaufend Division mit Rest angewandt. Der erste Quotient steht in B2, der zugehörige Rest daneben in C2 (222:5 = 44 R 2). Die weiteren Quotienten und Reste folgen in den Zeilen darunter (44:5 = 8 R 4, ...). Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B2 und C2 erforderlich - insbesondere, wenn man sie auf die Zellen darunter übertragen möchte?

	A	B	C
1	5	222	
2		44	2
3		8	4
4		1	3
5		0	1

2b) In den Zellen B1 bis E1 stehen die Ziffern der Zahl eines Stellenwertsystems, dessen Basis in Zelle A1 angegeben ist (1342₅). Darunter folgt die Umrechnung ins Dezimalsystem nach dem Horner-schema.

	A	B	C	D	E
1	5	1	3	4	2
2			5	40	220
3		1	8	44	222

Welche Einträge sind dafür, bezogen auf LibreOffice Calc, in B3 und C2 erforderlich - insbesondere, wenn man sie auf die Zellen rechts daneben übertragen möchte?

3) Addieren Sie an der Stellentafel und notieren Sie dementsprechend die Rechnung:

2er-System:

$$\begin{array}{r}
 1010 + 1111 = \\
 111 + 111 = \\
 1111 + 1 =
 \end{array}$$

8er-System:

$$\begin{array}{r}
 777 + 1 = \\
 12345 + 67 =
 \end{array}$$

4x5er-System:

$$\begin{array}{r}
 33;33 + 3;33 = \\
 34;34 + 34;34 =
 \end{array}$$

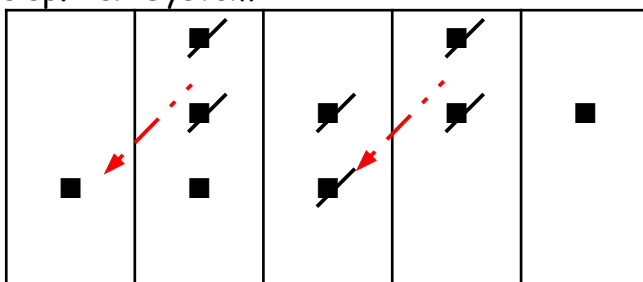
16er-System:

$$\begin{array}{r}
 9ABC + DEF = \\
 10029 + FE2 =
 \end{array}$$

6x10er-System:

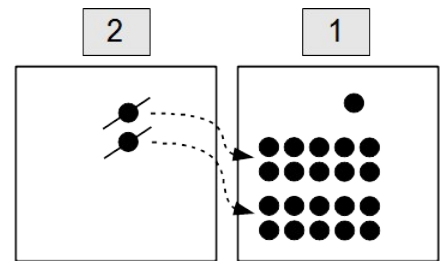
$$\begin{array}{r}
 55;55 + 5;55 = \\
 59;59 + 59;59 =
 \end{array}$$

Beisp. 2er-System:



$$\begin{array}{r}
 1010 \\
 + 1111 \\
 \hline
 111 \\
 \hline
 11001
 \end{array}$$

4) Im Zehnersystem gilt $21 = 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$, was man an der Stellentafel z.B. wie in der Grafik veranschaulicht.



a) Erläutern Sie grafisch entsprechend die Zahl 1221_3 .

b) Ist 1234560 eine Zahl in einem Stellenwertsystem zur Basis b ($b \geq 7$), dann gilt:

$$1234560 = ? \cdot b^0 + ? \cdot b^1 + \dots + ? \cdot b^2 + ? \cdot b^3 + ? \cdot b^4 = \sum_{i=?}^? a_i \cdot b^i \text{ mit } a_0=?, a_1=?, ???, a_4=?$$

c) Erklären Sie mit dem Entbündeln an der Stellentafel, weshalb die k -te Stelle den Wert b^{k-1} hat und nicht b^k .

5) Man kann die geometrische Reihe $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3$ als die Zahl 1111_3 im 3er-System auffassen. Multipliziert man sie mit 2 und addiert anschließend 1, so ist das Ergebnis 10000_3 ($= 3^4$).

$$\begin{aligned} 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 &= 1111_3 \quad ; | \cdot 2 \\ 2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) &= 2222_3 \quad ; | + 1 \\ 2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 1 &= 10000_3 \\ &= 1 \cdot 3^4 \end{aligned}$$

Also ist $2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 1 = 3^4$ oder $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 = \frac{3^4 - 1}{2}$.

a) Zeigen Sie ebenso, dass $7^0 + 7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = \frac{7^5 - 1}{6}$ ist, und

b) verallgemeinern Sie diesen Gedanken auf geometrische Reihen $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n$.

Zeigen Sie also, dass $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n = \frac{7^{n+1} - 1}{6}$ ist.